

Lösungsvorschlag 1. Tutorium Analysis I

T2:

Zunächst einige hilfreiche Aussagen:

Für $x, y, z \in \mathbb{R}$ und $u > 0$ gilt:

$$i) \quad -(x \cdot y) = (-x) \cdot y = x \cdot (-y)$$

$$ii) \quad x \leq y \Rightarrow x + z \leq y + z$$

$$iii) \quad x < y \Rightarrow x + z < y + z$$

Beweis: i) Es gilt: $x \cdot y + (-x) \cdot y = (x + (-x)) \cdot y$
 $= 0 \cdot y = 0$

Da das Inverse bzgl. "+" eindeutig bestimmt ist, folgt $-(x \cdot y) = (-x) \cdot y$
Rollentausch von x und y ergibt
 $-(x \cdot y) = x \cdot (-y)$.

ii) Aus $x \leq y$ folgt:

$$\begin{aligned} 0 &\leq y + (-x) = y + 0 + (-x) = y + (z + (-z)) + (-x) \\ &= (y + z) + (-z) + (-x) \stackrel{(i)}{=} (y + z) + (-1)z + (-1)x \\ &= (y + z) + (-1)(z + x) \stackrel{(i)}{=} (y + z) - (z + x) \end{aligned}$$

$$\stackrel{\text{def.}}{\Rightarrow} x + z \leq y + z$$

Analog zeigt man iii)