



8. Übungsblatt zur „Repetitorium zur Linearen Algebra“

Gruppenübung

Aufgabe G29 (Darstellung von Matrizen)

Zeigen Sie, dass jede Matrix $A \in \mathcal{M}(n \times n, \mathbb{C})$ dargestellt werden kann als

- die Summe einer reellen und einer imaginären Matrix.
- die Summe einer symmetrischen und schiefsymmetrischen Matrix.
- die Summe einer hermiteschen und schiefhermiteschen Matrix.

Aufgabe G30 (Proposition 9.1.3)

Zeigen Sie, dass für alle $v, w \in \mathbb{C}^n$ und eine $n \times n$ Matrix A über \mathbb{C}

$$\langle v, Aw \rangle = \langle A^*v, w \rangle$$

gilt.

Aufgabe G31 (Proposition 9.1.5)

Ist A eine normale $n \times n$ Matrix, so gilt

- $A - \lambda E$ ist normal für jedes $\lambda \in \mathbb{C}$.
- $A' = Q^*AQ$ ist normal für jede unitäre Matrix Q .

Aufgabe G32 (Proposition 9.1.7)

Zeigen Sie, dass für eine normale Matrix A die Eigenvektoren von A zu verschiedenen Eigenwerten orthogonal sind.

Aufgabe G33 (Proposition 9.2.2)

Zeigen Sie, dass eine hermitesche Matrix nur reelle Eigenwerte besitzt.