Fachbereich Mathematik
D. Frisch

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

03.09.-14.09.2007
10.09.2007

6. Übungsblatt zur „Repetitorium zur Linearen Algebra"

Gruppenübung

Aufgabe G23 (Geometrische Bedeutung der Ähnlichkeit von Matrizen)
Zeigen Sie, dass zwei Matrizen A und A' genau dann ähnlich sind, wenn sie dieselbe lineare Abbildung $\varphi : V \to V$ auf einem n-dimensionalen Vektorraum V bzgl. zweier verschiedener Basen $\mathcal{B}$ und $\mathcal{B}'$ darstellen.

Aufgabe G24 (Matrizen von lin. Abbildungen bzgl. geeigneter Basen)
Betrachte in $\mathbb{R}^2$ die beiden Geraden g und h mit den Gleichungen:

$$g\colon x_1 + x_2 = 0$$
$$h\colon x_1 - 2x_2 = 0$$

Sei $\varphi : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ die Projektion auf g, jedoch nicht die orthogonale Projektion, sondern die Projektion parallel zur Geraden h.
Finden Sie die Matrix A von φ bzgl. der Standardbasis $\mathcal{B} : e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix},\ e_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Aufgabe G25 (Orthogonale Abbildungen)
Betrachten Sie die Matrix

$$A := \begin{pmatrix} -\frac{3}{5} & \frac{4}{5} \\ \frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix}$$

bzgl. der Standardbasis. Untersuchen Sie die Bilder der Standardbasisvektoren $e_1, e_2 \in \mathbb{R}^2$ und vermuten Sie, welche lineare Abbildung von A induziert wird.
Bestẗigen Sie ihre Annahme, indem Sie eine geeignete Basis wählen und die Matrix bzgl. dieser Basis aufstellen und zurücktransformieren.

Hinweis: Was ist das Skalarprodukt der Spalten von A?