Fachbereich Mathematik
PD Dr. P. Neff
K. Stavrakidis

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

SS 2007
19.07.2007

10. Übungsblatt zur Vorlesung Elementare Partielle Differentialgleichungen

Auch wenn diese Übung der Vorbereitung auf die Klausur dienen soll, so müssen die Themen, die diese Übung behandelt, und die Themen der Klausur nicht übereinstimmen.

Übung

Aufgabe 1

L ösen Sie die Gleichung $xu_x + tu_t = \frac{t}{x}$ mit dem Anfangswert $u(x, 1) = x$ für $x \in \mathbb{R}$, $t \in (1, \infty)$.

Aufgabe 2

L ösen Sie die Gleichung $au_x^2 + au_y^2 = b$ mit der Bedingung $u(x, x) = c$.

Aufgabe 3

D ie charakteristische Funktion χ_A auf einer Menge $A \subset \mathbb{R}$ ist definiert als

$$\chi_A(x) := \begin{cases} 1, & \text{falls } x \in A \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

(a) Berechnen Sie $\chi_{[0,1]} * \chi_{[0,1]}$ und zeichnen Sie die Funktion.

(b) Bestimmen Sie $\operatorname{supp}\left(\chi_{(0,1)\cup(2,3)\cup(3,4]}\right)$.

Aufgabe 4

(a) Sind die Funktionen $f_1, f_2, f_3 : [0,1]^3 \to \mathbb{R}$ mit $f_1(x, y, z) := x - y$, $f_2(x, y, z) := x + y + z$ und $f_3(x, y, z) := x^2 - y^2 + z(x - y)$ abhängig? Falls ja, geben Sie eine Funktion F an, die die Abhängigkeit darstellt.

(b) Die Funktionen $f_1, f_2, f_3 : [-1, 0]^3 \to \mathbb{R}$ seien gegeben. Untersuchen Sie die Funktionen auf Abhängigkeit.

Aufgabe 5

(a) Berechnen Sie die Ableitung von $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = e^{xg(x^2)}$, wobei $g \in C^1(\mathbb{R})$.

(b) Sei $u : \mathbb{R} \times (0, \infty) \to \mathbb{R}^2$ gegeben. Berechnen Sie $\frac{\partial}{\partial t} u(x + t, t^2)$.

Aufgabe 6

B etrachten Sie die Poisson-Gleichung $\Delta u = f$ auf dem Ganzraum, wobei f betragsintegrierbar ist. Hängt die Lösung u stetig von f ab? Ist die Gleichung wohlgestellt im Sinne von Hadamard? Falls nicht, beweisen Sie Ihre Vermutung.

Viel Erfolg bei der Klausur!