TU Darmstadt
Fachbereich Mathematik
Jakob Creutzig

SS 2004
22.06.04

9. Aufgabenblatt zur Vorlesung „Stochastische Analysis“

Aufgabe 1: Betrachten Sie eine Brownsche Familie $(B_t)_{t\in I}$, $(P^x)_{x\in\mathbb{R}^d}$ mit der universellen Filtration $(\widetilde{\mathfrak{F}}_t)_{t\in I}$. Zeigen Sie

$$\forall\ x \in \mathbb{R}^d \quad \forall A \in \widetilde{\mathfrak{F}}_0 : \qquad P^x(A) \in \{0,1\}.$$

Aufgabe 2: Zeigen Sie, daß eine eindimensionale Brownsche Bewegung mit Startwert 0 auf jedem Intervall $[0,\epsilon]$, $\epsilon > 0$, unendlich viele Vorzeichenwechsel besitzt.

Aufgabe 3: Mit den üblichen Bezeichnungen und unter den üblichen Voraussetzungen: **a)** Für $A \in \mathfrak{B}(I) \otimes \mathfrak{A}$ und $M \in \mathfrak{M}_c^2$ sei

$$\mu_M(A) := \int_\Omega \int_0^\infty 1_A(u,\omega)\, d\langle M\rangle_u(\omega)\, dP(\omega).$$

Zeigen Sie, daß μ_M wohldefiniert und ein Maß auf $\mathfrak{B}(I) \otimes \mathfrak{A}$ ist.
Hinweis: Dynkin-System-Trick.

*** b)** Sei $t \in I$. Im Falle $M = W$ zeige man die μ_M-Integrierbarkeit von $(u,\omega) \mapsto 1_{[0,t]}(u) \cdot W_u(\omega)$ und berechne das Integral.