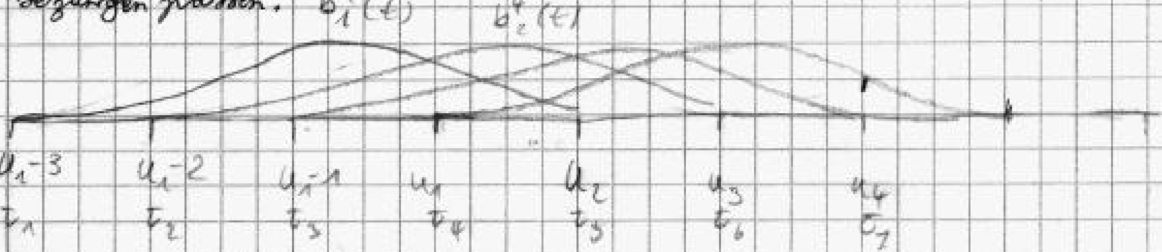
Splineapproximation:

Aufgabe 6:

a) z.z. $(U, 6)$ mit $U = \{u_1, u_2, \ldots, u_{M-1}, u_M\}$ mit paarweise verschiedenen u_j im Splineraum $S_{4,T}$ mit Knoten

$T = u_1 - 3, u_1 - 2, u_1 - 1, U, u_M + 1, u_M + 2, u_M + 3$ ist eindeutig lösbar.

Um dies zu zeigen wendet man die Variante vom Schoenberg-Whitney Satz aus Aufgabe 5 an. Dafür muss man zeigen, dass alle $b_j^4(u_j) > 0$ sind. Die Knotenfolge T ist dabei schon so gewählt, dass sie zu den Voraussetzungen passen.



definiere $u_1' = u_1$ $\quad u_{j+1}' = u_j \quad \forall j = 1, \ldots, M$

$u_{M+2}' = u_M$

Wie man nun sieht gilt $b_j^4(u_j') > 0 \quad \forall j \in \{1, \ldots, M+2\}$

$\Rightarrow$ laut Schoenberg-Whitney Aufgabe 5 eindeutig lösbar.

b) der natürliche kubische Splineinterpolant sieht fast genauso aus, bis auf das der erste Knoten vierfach ist. Dies ist jedoch kein Problem, da sich dadurch einfach nur die Basisdarstellung des Splines ändert, nicht jedoch dessen Existenz und Eindeutigkeit.