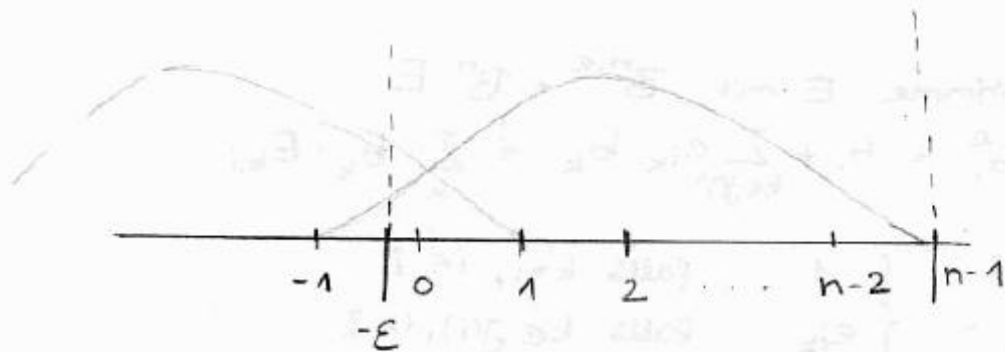


Aufgabe 33

Claudia Möller

a) Konstruktion von $B^{n,\varepsilon}$

mit $T = \mathbb{Z}$, $\varepsilon \in (0, 1)$, $D = [-\varepsilon, n-1]$



• Bestimmung der inneren Indizes I :

In I sind die Indizes des B-Splines enthalten, die ein komplettes Trägersegment in $[-\varepsilon, n-1]$ haben, also von

$$b_{-(n-1)}, \dots, b_{n-2}$$

$$\Rightarrow I = \{-(n-1), -(n-2), \dots, n-3, n-2\}$$

• Bestimmung des äußeren Indizes J :

In J sind die Indizes des B-Splines enthalten, die nicht auf ganz $[-\varepsilon, n-1]$ 0 sind, aber nicht in I sind, also b_{-n} .

$$\Rightarrow J = \{-n\}$$

• Nächstgelegenes n -Vektor von inneren Indizes:

$$I(-n) = \{-(n-1), \dots, 0\}$$

Mit $e_{ij} = \delta_{ij}$ für $i \in I, j \in J$ gilt:

$$b_{-(n-1)}^{e,n} = b_{-(n-1)}^n + l_{-(n-1)}^{(-n)} \cdot b_{-n}^n$$

⋮

$$b_0^{e,n} = b_0^n + l_0^{(-n)} \cdot b_{-n}^n$$

b) Bestimme E mit $B^{n,e} = B^n \cdot E$

$$b_i^e = b_i + \sum_{k \in J(i)} e_{ik} \cdot b_k \stackrel{!}{=} \sum_k b_k \cdot E_{ki}$$

$$\Rightarrow E_{k,i} = \begin{cases} 1 & \text{falls } k=i, i \in I \\ e_{ik} & \text{falls } k \in J(i), i \in I \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Struktur von E :

Sortiere: $K = [I, J]$

$$B^e = [b_{i_1}^e, \dots, b_{i_{|I|}}^e]$$

$$= [b_{i_1}, \dots, b_{i_{|I|}} \mid b_{j_1}, \dots, b_{j_{|J|}}]$$

$$E = \begin{bmatrix} 1 & & & & 0 \\ & \ddots & & & \\ & & 1 & & \\ \hline & & & e_{ij} & \\ & & & | & \\ & & & j \in J(i) & \end{bmatrix}$$

c)

$$A = \int B^t \cdot B$$

$$A^e = \int (B^e)^t B^e$$

$$= \int E^t B^t B E$$

$$= E^t \left(\int B^t B \right) E$$

$$= E^t A E$$