Sonja Kmierim

6. Übung

Aufgabe 22

$$(C+\beta M)\tilde F = C F_0 \qquad d(\beta) = \tilde F^t M \tilde F$$

$$M\tilde F + (C+\beta M)\cdot \tilde F' = 0 \qquad | \text{ Abl. nach } \beta$$

$$(C+\beta M)\tilde F' = -M\tilde F$$

$$\underline{\underline{\tilde F' = -(C+\beta M)^{-1}\cdot M\tilde F}}$$

$$M\tilde F' + (C+\beta M)\cdot \tilde F'' + M\cdot \tilde F' = 0 \qquad | \text{ 2. Abl. nach } \beta$$

$$(C+\beta M)\cdot \tilde F'' = -2M\tilde F'$$

$$\underline{\underline{\tilde F'' = \cancel{\text{nach}}\ (C+\beta M)^{-1}\cdot(-2)M\tilde F'}}$$

- für $\beta > 0$ ist zu zeigen daß $d'(\beta) \le 0$ und $d''(\beta) \ge 0$

$$d(\beta) = \tilde F^t M \tilde F$$

$$d'(\beta) = \underbrace{(\tilde F^{t\prime}\cdot M\cdot \tilde F)^t}_{\text{Skalar}} + \tilde F^t\cdot M\cdot \tilde F' \qquad \boxed{M \text{ symmetrisch}}$$

$$= \tilde F^t\cdot M\cdot \tilde F' + \tilde F^t\cdot M\cdot \tilde F'$$

$$= 2\tilde F^t\cdot M\cdot \tilde F'$$

$$\cancel{= 2\cdot((C+\beta M)^{-1}\cdot (CF_0))^t\cdot M\cdot (-1)(C+\beta M)^{-1}\cdot M\cdot \tilde F}$$

$$= 2\cdot \underbrace{\tilde F^t\cdot M}_{G^t}\cdot(-1)\cdot(C+\beta M)^{-1}\cdot\underbrace{M\cdot\tilde F}_{G}$$

$$= -2\cdot \underbrace{G^t\cdot \underbrace{(C+\beta M)^{-1}}_{\text{pos.def.}}\cdot G}_{\ge 0} \le 0$$

$$d''(\beta) = 2\tilde F^t\cdot M\cdot \tilde F'' + \underbrace{2\cdot \tilde F^{t\prime}\cdot \underbrace{M}_{\text{pos.def.}}\cdot \tilde F'}_{\ge 0}$$

$$= 2\cdot \tilde F^t\cdot M\cdot(C+\beta M)^{-1}\cdot(-2)\cdot M\tilde F'$$

$$= -4\cdot \tilde F^t\cdot M\cdot(C+\beta M)^{-1}\cdot M\cdot(-1)(C+\beta M)^{-1}\cdot M\tilde F$$

$$= \underbrace{4\cdot \underbrace{\underbrace{\tilde F^t\cdot M}_{G^t}\cdot \underbrace{(C+\beta M)^{-1}}_{\text{symmetrisch}}}_{H^t}\cdot \underbrace{M}_{\text{p.s.d.}}\cdot \underbrace{\underbrace{(C+\beta M)^{-1}}_{\text{symmetrisch}}\cdot \underbrace{M\cdot\tilde F}_{G}}_{=H}}_{\ge 0} \ge 0$$