M. Siebert

4. Übung

A14. a) z.z. de Boor-Fix Quasiinterpolant

$$Qg := \sum_j b_j^n (Q_j g)$$

$$Q_j g := \sum_{k=1}^{n} Q_{j,k} \partial^{n-k} g(t_j) \quad t_j \in S_j^n$$

$$Q_{j,k} := \frac{(-1)^{k-1} \partial^{k-1} \psi_j^n (t_j)}{(n-1)!}$$

hat maximale Ordnung

z.z.: $Q_j (\cdot - \tau)^{n-1} = \psi_j^n (\tau)$

$$Q_j(\cdot - \tau)^{n-1} = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1} \partial^{k-1} \psi_j^n (\cdot) \partial^{n-k} (\cdot - \tau)^{n-1}}{(n-1)!}$$

Betrachte die Taylorentwicklung von $\psi_j^n(\tau)$:

$$\psi_j^n (\tau) = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{\partial^k \psi_j^n (t_j)}{k!} (\tau - t_j)^k$$

($\to \partial^i \psi_j^n (t_j) = 0$ für $i \geq n$ da $\psi_j^n (\cdot) \in \mathbb{P}_n$)

$$= \sum_{k=1}^{n} \frac{\partial^{k-1} \psi_j^n (t_j) (n-1)!}{(n-1)! (k-1)!} (\tau - t_j)^{k-1}$$

$$= \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1} \partial^{k-1} \psi_j^n (t_j)}{(n-1)!} \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot k \cdot (t_j - \tau)^{k-1}$$

$$= \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1} \partial^{k-1} \psi_j^n (t_j)}{(n-1)!} \partial^{n-k} (t_j - \tau)^{n-1}$$

$$= Q_j (\cdot - \tau)^{n-1}$$

$\square$

b) $$\| Q_j \|_\infty = \sup_{g \in C(D(t))} \frac{|Q_j g|}{\| g \|_\infty}$$

Sind die Funktionale Q_j bzgl. der Maximumnorm beschränkt?

Nein, betrachte $g = \sin(kx)$ $k > 1$, da hier die Ableitung immer größer wird.