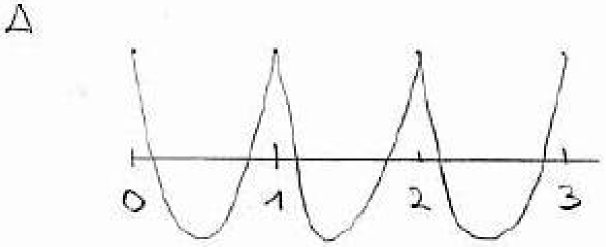
Aufgabe 11c)

Es reicht den Fall $p = t^2$ zu betrachten, denn der lineare Anteie eines quadratischen Polynoms wird reproduziert und ein Skalierungsfaktor a vor dem quadratischen Anteil kann aus der Norm gezogen werden, ändert also die Fehlerabschätzung nicht.

Betrachte weiter die Fehlerfktn auf nur einem Segment, OBdA $h=1$ (nur Skalierung)

$\Delta = p - Qp \quad \rightsquigarrow \quad \tilde{p}(t) = p(t+1) \Rightarrow \tilde{p}(t) = t^2 + \underbrace{\ldots\ldots}_{\text{linearer Anteil}}$

d.h. die Fehlerfktn ist 1-periodisch



$\Rightarrow \|\Delta\|_\infty = \max\{\Delta(0), \Delta(1/2)\}$

zur Vereinfachung:

lege t^2 symmetrisch zum Intervall

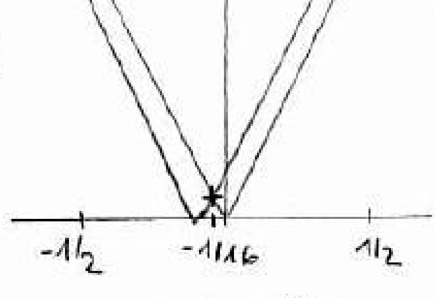
zur Berechnung von α reicht es nun $\tau_j = 0$ und $\tau_{j+1} = 1$ zu wählen, damit betrachten wir $p = (t - 1/2)^2$

$$\| (t - 1/2)^2 - b_{-1}^2 (\alpha \cdot 9/4 + (1-2\alpha) 1/4 + \alpha\, 1/4) - b_0^2 (\alpha\, 1/4 + (1-2\alpha) 1/4 + \alpha\, 9/4) \|_\infty$$

max Fehler bei $t = 0$ oder $t = 1/2$

$t = 0 \qquad | 1/4 - 1/4 + 2\alpha | = | 2\alpha |$

$t = 1/2 \qquad | -2\alpha - 1/4 | = | 2\alpha + 1/4 |$



mit $\alpha = -1/16$ gewinnen wir „fast" eine Ordnung

$\Rightarrow \alpha = -1/16$