Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. U. Reif

TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

11.06.2007

6. Übung

Splineapproximation SS 2007

Aufgabe 22: [M] Sei

$$(C + \beta M)\tilde{F} = CF_\infty, \quad d(\beta) = \tilde{F}^{\mathrm{t}} M \tilde{F},$$

siehe Skript Seite 74. Zeigen Sie, dass für $\beta > 0$ gilt: $d'(\beta) \leq 0$ und $d''(\beta) \geq 0$.

Aufgabe 23: [M] a) Bestimmen Sie eine rationale Funktion

$$r(\beta) := \frac{p}{\beta + q},$$

die Wert und Ableitung der Funktion d gemäß Aufgabe 22 an einer gegebenen Stelle β_0 interpoliert.

b) Bestimmen Sie die Lösung β_1 der Gleichung $r(\beta) = tol$.

c) Geben Sie ein iteratives Verfahren zur Lösung der Gleichung $d(\beta) = tol$ an.

d) Wann ist diese Gleichung nicht lösbar und was ist dann zu tun?

Aufgabe 24: [M] Sei f der Smoothing-Spline zu den Daten (U, G) und dem Parameter α. Nun werden die Stützstellen skaliert, $\tilde{U} := qU$. Wie ist der Parameter $\tilde{\alpha}$ zu wählen, damit der Smoothing-Spline $\tilde{f}$ zu den Daten $(\tilde{U}, G)$ ebenfalls aus f durch Skalierung hervorgeht, $\tilde{f}(t) = f(t/q)$?

Aufgabe 25: [P] a) Schreiben Sie ein Matlab-Programm

$$P = \texttt{SmoothSpline}(G, \beta),$$

das den Smoothing-Spline zu den äquidistanten Datenpunken (j, g_j) bestimmt. Berechnen Sie dazu mit Hilfe von Maple vorab die Einträge der Matrix C und beachten Sie dabei insbesondere die Situation in der Umgebung der Randknoten.

b) Schreiben Sie ein Matlab-Programm

$$P = \texttt{SmoothSplineTol}(G, tol),$$

das den Smoothing-Spline zum minimalen Parameter β bestimmt, für den $d(\beta) \leq tol$ gilt. Verwenden Sie dazu entweder das Newton-Verfahren oder besser das Verfahren nach Aufgabe 23c.