Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. U. Reif

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

21.05.2007

4. Übung

Splineapproximation SS 2007

Aufgabe 14: [M] a) Zeigen Sie, dass der de Boor-Fix Quasiinterpolant

$$Qg := \sum_j b_j^n (Q_j g)$$
$$Q_j g := \sum_{k=1}^n Q_{j,k} \partial^{n-k} g(t_j)\,, \quad t_j \in s_j^n$$
$$Q_{j,k} := \frac{(-1)^{k-1}\partial^{k-1}\psi_j^n(t_j)}{(n-1)!}$$

maximale Ordnung besitzt.

b) Sind die Funktionale Q_j bezüglich der Maximumnorm beschränkt?

[$*$] Vergleichen Sie den Spezialfall $\tau_j = j$ und $n = 3$ mit dem Resultat von Aufgabe 12 b).

Aufgabe 15: [M] Gegeben sei das Approximationproblem mit Daten

$$U = [0,\ 1/2,\ 1,\ 3/2,\ 2], \quad G = [1,\ -1,\ 1,\ 0,\ 0]$$

im Splineraum der Ordnung 2 mit Knoten $T = [-1, 0, 1, 2, 3]$. Bestimmen Sie die jeweils die Menge aller Best-Approximationen bezüglich der Normen

$$\|A\|_1 := \sum_i |a_i|, \quad \|A\|_2 := \left(\sum_i |a_i|^2\right)^{1/2}, \quad \|A\|_\infty := \max_i |a_i|.$$

Aufgabe 16: [M] Sei $(X, \|\cdot\|)$ ein normierter Vektorraum, $g \in X$, und Y ein m-dimensionaler Unterraum von X. Zeigen Sie, dass das Approximationsproblem

$$\min_{f \in Y} \|f - g\| \to \min$$

stets lösbar ist.

[$*$] Bleibt die Aussage richtig, wenn man statt der Norm nur eine Halbnorm verwendet?

Aufgabe 17: [P] Schreiben Sie ein Matlab-Programm

$$P = \texttt{DeBoorFix}(T, n),$$

das die e-Funktion durch einen Spline $Qe = B^n P$ mit Knoten T mit Hilfe des de Boor-Fix-Quasiinterpolanten zu den Stützstellen $t_j = \mu_j$ approximiert. *Hinweis:* Mit Hilfe des Matlab-Befehls `poly` und einer Verschiebung der Knoten um μ_j können die Koeffizienten von Q^j sehr einfach bestimmt werden.