Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. U. Reif

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

23.04.2007

1. Übung

Splineapproximation SS 2007

Aufgabe 1: [M] Zeigen Sie mit Hilfe der Marsden-Identität die Formel

$$t^2 = B^n P^*, \quad p_j^* = \mu_j^2 - \frac{\sigma_j^2}{n-1},$$

wobei μ_j, σ_j^2 den Mittelwert bzw. die Varianz der Knoten $\tau_{j+1}, \ldots, \tau_{j+n-1}$ bezeichnen.

Aufgabe 2: [M] Die zweite Vorwärtsdifferenz $\Delta_0^2 P$ des Vektors P ist gegeben durch $(\Delta_0^2 P)_j := p_j - 2p_{j+1} + p_{j+2}$. Geben Sie eine Abstandsformel vom Typ

$$\|B^n P - HP\|_\infty \leq c(n)\|\Delta_0^2 P\|_\infty$$

explizit für den

a) Bernstein-Fall $T = [0\$n, 1\$n]$

b) uniformen Fall $T = h\mathbb{Z}$

an. *Hinweis:* Unterscheiden Sie n gerade/ungerade.

Aufgabe 3: [M] a) Seien $\tau_1, \ldots, \tau_{n-1}$ Knoten im Intervall $s_0^n = [\tau_0, \tau_n]$ und σ_0^2 deren Varianz. Bestimmen Sie den maximal möglichen Wert von σ_0^2. *Hinweis:* Unterscheiden Sie n gerade/ungerade.

b) Verifizieren Sie die Abschätzung

$$\frac{\sigma_j^2}{n-1} \leq \frac{|s_j^n|^2}{4(n-2)}$$

im Skript auf Seite 35. *Hinweis:* Unterscheiden Sie n gerade/ungerade.

c) Wie kann diese Abschätzung verbessert werden?

Aufgabe 4: [P] Schreiben Sie ein Programm

$$\texttt{WorstCase}(T, n),$$

das zu der Knotenfolge T die Funktionen $B^n P^*$ und HP^* in ein erstes Fenster sowie die Fehlerfunktion $D^n P^* = (B^n - H)P^*$ in ein zweites Fenster plottet. *Hinweis:* Im Bereich MATLAB der Homepage finden Sie das Programm `seval`, mit dem Splines ausgewertet werden können.

Bringen Sie Ihr Programm entweder auf dem eigenen Laptop oder auf einem USB-Stick mit in die Übungen.