



## 8. Übungsblatt zur „Statistik I für Human- und Sozialwissenschaft“

### Aufgabe 26

(3 Punkte)

Student S. vermutet, dass die zufällige Zeit (in Minuten), die Dozent K. bei seiner Statistik Vorlesung immer zu früh kommt, durch ein W-Maß beschrieben wird, das eine Dichte der Form

$$f(x) = \begin{cases} \beta \cdot x & \text{für } 0 \leq x \leq \alpha, \\ 0 & \text{für } x < 0 \text{ oder } x > \alpha \end{cases}$$

besitzt. Hierbei sind  $\alpha, \beta > 0$  Parameter der Dichte.

- Welche Beziehung muss zwischen  $\alpha$  und  $\beta$  bestehen, damit  $f$  wirklich Dichte eines Wahrscheinlichkeitsmaßes ist?
- Bestimmen Sie für  $\alpha = 4$  und  $\beta = 1/8$  die zu  $f$  gehörende Verteilungsfunktion, d.h. die durch

$$F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$$

definierte Funktion  $F$ .

- Skizzieren Sie die Graphen von  $f$  und  $F$  für  $\alpha = 4$  und  $\beta = 1/8$ .
- Sei wieder  $\alpha = 4$  und  $\beta = 1/8$ . Wie groß ist – sofern  $f$  wirklich die zufällige Zeit beschreibt, die Dozent K. zu früh kommt – die Wahrscheinlichkeit, dass Dozent K.
  - weniger als zwei Minuten zu früh kommt?
  - mehr als zehn Minuten zu früh kommt?

### Aufgabe 27

(3 Punkte)

Sie und ihr Freund werfen je einen fairen Würfel. Derjenige, der die kleinere Zahl wirft, zahlt an den anderen so viele Geldeinheiten, wie die Differenz der Augenzahl beträgt. Die Zufallsvariable  $X$  beschreibt Ihren Gewinn, wobei ein negativer Gewinn für Verlust steht.

- Was sind die Werte, die  $X$  mit positiver Wahrscheinlichkeit annimmt? Bestimmen Sie für jeden dieser Werte die Wahrscheinlichkeit, mit der er angenommen wird.
- Wie groß ist Ihr Gewinn im Mittel?  
Berechnen Sie zur Beantwortung dieser Frage den Erwartungswert von  $X$ .

**Aufgabe 28**

(3 Punkte)

Ein Student, der keine Zeit hat, sich auf einen 20-Fragen-Multiple-Choice-Test vorzubereiten, beschließt, bei jeder Frage aufs Geratewohl zu raten. Dabei besitzt jede Frage fünf Antwortmöglichkeiten, von denen genau eine richtig ist.

- a) Bestimmen Sie die Verteilung der Zufallsvariablen  $X$ , die die Anzahl der richtigen Antworten angibt.
- b) Wieviel Fragen wird der Student im Mittel richtig beantworten?
- c) Der Test gilt als bestanden, wenn  $k$  Fragen richtig beantwortet werden. Wie groß darf  $k \in \{0, \dots, 20\}$  höchstens sein, damit der Student durch das oben beschriebene Raten die Klausur in höchstens 5% der Fälle besteht?

**Aufgabe 29**

(3 Punkte)

Berechnen Sie für die Zufallsvariable  $X$  in Aufgabe 27 den Wert  $E[X^2]$ . Stimmt  $E[X^2]$  hier mit dem Wert  $E[X]^2$  überein?

**Abgabe der Übung:** Eine Woche nachdem das Übungsblatt zu Ihrem Übungstermin bearbeitet wurde, zu Beginn der nächsten Übung bei Ihrer Übungsgruppenleiterin oder bei Ihrem Übungsgruppenleiter.