Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Michael Kohler
Dipl.-Math. Andreas Fromkorth
Dipl.-Inf. Jens Mehnert

TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

WS 08/09
12.11.2008

# 4. Übungsblatt zur „Statistik I für Human- und Sozialwissenschaft“

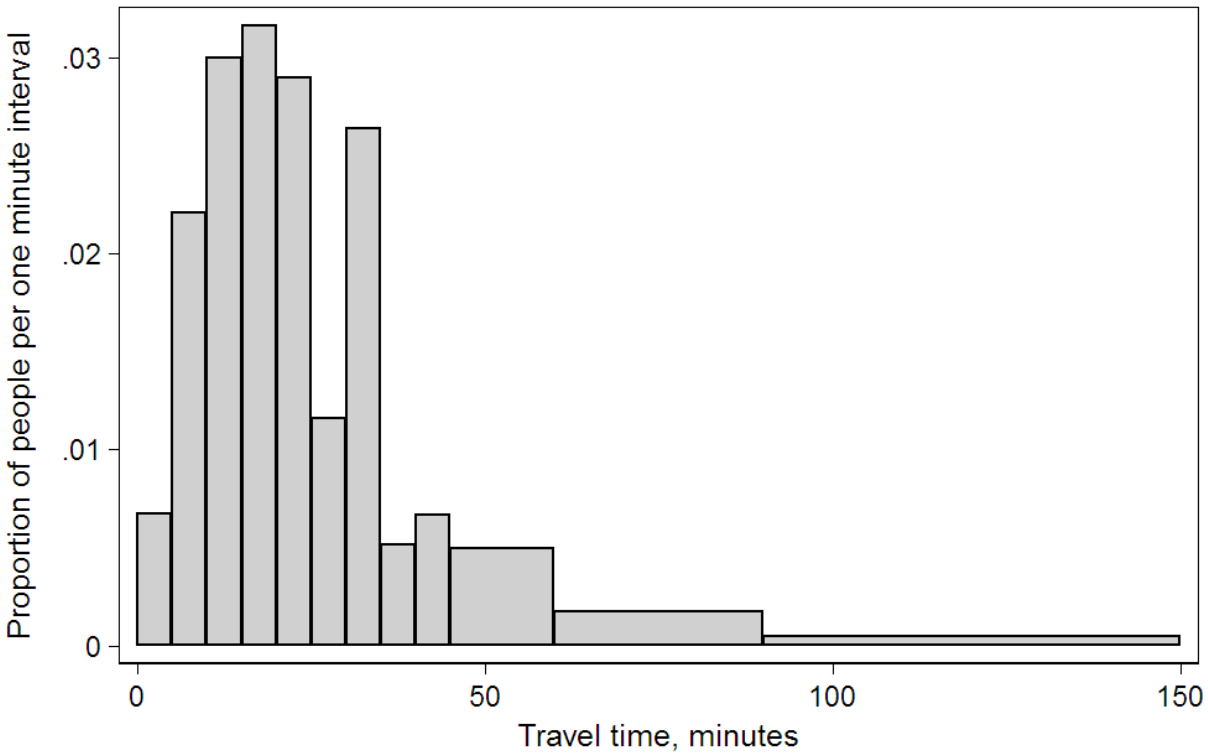
**Aufgabe 12** (3 Punkte)

Das “United States Census” Büro hat mit einer Stichprobe der arbeitenden US-Bevölkerung ermittelt, wie lange der Arbeitsweg dieses Personenkreises ist. Dazu wurde folgende Häufigkeitstabelle erstellt:

| Arbeitsweg [in Minuten] | Anzahl der Personen [Absolut] |
|---|---|
| $[0, 5)$ | 4180 |
| $[5, 10)$ | 13687 |
| $[10, 15)$ | 18618 |
| $[15, 20)$ | 19634 |
| $[20, 25)$ | 17981 |
| $[25, 30)$ | 7190 |
| $[30, 35)$ | 16369 |
| $[35, 40)$ | 3212 |
| $[40, 45)$ | 4122 |
| $[45, 60)$ | 9200 |
| $[60, 90)$ | 6461 |
| $[90, 150)$ | 3435 |

a) Zeichnen Sie hierzu ein Histogramm.

b) Begründen Sie anhand des Histogrammes warum mehr als die Hälfte der Personen weniger als 50 Minuten benötigt um zur Arbeit zu kommen.




**Lösung:**
Man sieht leicht, dass mehr als 50% der Fläche des Histogrammes zwischen 0 und 50 Minuten liegt.

**Aufgabe 13** (3 Punkte)

Ein Lehrer einer 4. Grundschulklasse bildet Messreihen über die Fehleranzahl in Diktaten, getrennt nach Rechts- und Linkshändern.
Linkshänder:

$$3, 8, 0, 12, 14, 7, 6, 2, 1$$

Rechtshänder:

$$4, 5, 2, 2, 0, 8, 11, 9, 7, 7, 0, 2, 2$$

Vergleichen Sie die Schwankungen der beiden Messreihen um ihren Mittelwert.

**Lösung:** Wir berechnen die empirische Mittel $\bar{x} = \frac{1}{9}\sum_{i=1}^{9} x_i = \frac{53}{9}$, $\bar{y} = \frac{1}{13}\sum_{i=1}^{13} y_i = \frac{59}{13}$ der Links- und Rechtshänder. Damit berechnen wir die Varianzen mit

$$s_x^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \approx 23,86$$

und

$$s_y^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2 \approx 12,78.$$

die Variationskoeffizienten sind $V_x = \frac{s_x}{\bar{x}} \approx 0,61$ und $V_y = \frac{s_y}{\bar{y}} \approx 1,08$. Die empirische Varianz ist im ersten Fall größer, aber der Variationskoeffizient ist im zweiten Fall größer.

**Aufgabe 14** (3 Punkte)

Fünf Versuchspersonen absolvieren zwei unterschiedliche psychologische Tests zur Kraftfahreignung. Dabei entstehen die folgenden Testergebnisse:

| Versuchsperson-Nr. | Test x | Test y |
|---|---|---|
| 1 | 31 | 15 |
| 2 | 128 | 95 |
| 3 | 67 | 35 |
| 4 | 46 | 40 |
| 5 | 180 | 80 |

a) Zeichnen Sie die Punkte (Testergebnis in Test x, Testergebnis in Test y) in ein Streudiagramm und berechnen Sie die zugehörige Regressionsgerade.
(*Hinweis: Laut Vorlesung ist die Formel für die Regressionsgerade:*

$$y = \hat{a} \cdot (x - \bar{x}) + \bar{y}$$

*mit*

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i,\ \bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i$$

*und*

$$\hat{a} = \frac{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}.)$$

b) Interpretieren Sie den Verlauf der Regressionsgerade bzgl. eines Zusammenhanges zwischen Test x und Test y.

**Lösung:**

a) Wir rehnen mit obigen Formeln aus $\bar{x} = \frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5} x_i = 90,4$, $\bar{y} = 53$, $\hat{a} = \frac{7254}{15489,2} = 0,468326318 \approx 0,47$ und erhalten damit $y = 0,47 \cdot (x - 90,4) + 53$.

b) Die Regressionsgerade ist stark steigend. D.h. je höher das Testergebnis einer Versuchsperson in Test x ist umso höher ist im Mittel das Testergebnis derselben Person auch in Test y. Dies spricht für einen Zusammenhang zwischen beiden Tests.

**Aufgabe 15** (3 Punkte)

In der Mensa in Darmstadt warten 7 StudentInnen in einer Schlange vor dem Selbstbedienungsbuffet.

a) Auf wie viele verschiedene Arten lässt sich die Menschenschlange zusammensetzen?

b) 2 der 7 StudentInnen entscheiden sich für das angebotene Gericht Bandnudeln mit Meeresfrüchten. Wie viele Möglichkeiten gibt es für die Auswahl dieser 2 StudentInnen?

c) Angenommen, die zwei StudentInnen, die sich für Bandnudeln mit Meeresfrüchten entschieden haben, stehen direkt hintereinander. Wie viele Schlangen sind jetzt möglich?

**Lösung:**

a) Für den 1. Platz gibt es 7 verschiedene Möglichkeiten, da alle von den 7 StudentInnen den 1. Platz einnehmen können. Für den 2. Platz gibt es nur noch 6 verschiedene Möglichkeiten, da noch 6 StudentInnen übrig geblieben sind (einer von den 7 StudentInnen steht ja schon auf dem 1. Platz!) usw.... usw... Somit gibt es $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 7! = 5040$ verschiedene Arten der Zusammensetzung.

b) Zwei StudentInnen aus 7 StudentInnen auswählen:
$\binom{7}{2} = \frac{7!}{(7-2)! \cdot 2!} = 21$

c) Anzahl der möglichen “Standplätze" für die zwei StudentInnen: 6. Anzahl der verschiedenen Anordnungen der zwei StudentInnen auf jeden der 6 möglichen “Standplätze":
$2! = 2$
Anzahl der verschiedenen Anordnungen der restlichen 5 StudentInnen auf jeden der übrigen 5 Plätze:
$5! = 120$
Insgesamte Anzahl der möglichen Schlangen:
$6 \cdot 2! \cdot 5! = 1440$

**Abgabe der Übung:** Eine Woche nachdem das Übungsblatt zu Ihrem Übungstermin bearbeitet wurde, zu Beginn der nächsten Übung bei Ihrer Übungsgruppenleiterin oder bei Ihrem Übungsgruppenleiter.