Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. J. Bokowski
D. Frisch
N. Nowak

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

SS 2007 19./20.07.2007

Lineare Algebra II für M, HLM, CSB, CS
14. Übung

Gruppenübungen

Aufgabe G29

Gegeben seien die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B := \begin{pmatrix} 6 & -5 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}.$$

Betrachten Sie nun die Körper $\mathbb{C}, \mathbb{R}, \mathbb{Q}$ und $\mathbb{Z}_5$. Über welchem dieser Körper sind die Matrizen diagonalisierbar?

Aufgabe G30

Berechnen Sie eine Orthonormalbasis des $\mathbb{R}^3$ bezüglich des durch $\langle x, y\rangle_A = x^t A y$ mit $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ definierten Skalarproduktes.

Aufgabe G31

Sei $\mathbb{K}$ der Körper der reellen oder der komplexen Zahlen. Sei V ein euklidischer oder unitärer, endlicher Vektorraum über $\mathbb{K}$. Zeigen Sie, dass zu jeder linearen Abbildung $f : V \to \mathbb{K}$ ein Vektor $a \in V$ existiert mit $f(x) = \langle a, x\rangle$ für alle $x \in V$.

Aufgabe G32

Wir betrachten in $\mathbb{R}^2$ die Menge $\mathcal{Q}$ der quadratischen Kurven, gegeben durch die Gleichungen der Gestalt

$$ax^2 + bxy + cy^2 = 1 \qquad a, b, c \in \mathbb{R}.$$

Wir nennen zwei Kurven genau dann äquivalent, wenn es eine invertierbare lineare Abbildung $\varphi : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ gibt, welche die eine Kurve in die andere überführt.

Zeigen Sie, dass dies eine Äquivalenzrelation auf $\mathcal{Q}$ ist und bestimmen Sie die Äquivalenzklassen.

Repetitorium zur Linearen Algebra

Vom **03.09.-14.09.2007** wird ein Repetitorium zur Linearen Algebra angeboten. Es werden die Themen der Vorlesungen Lineare Algebra I und II wiederholt und gefestigt.

Weitere Informationen sowie einen Link zur Anmeldung erhalten Sie unter

http://www.mathematik.tu-darmstadt.de/evs/veranstaltung.php?veranstaltung=70