



14. Tutorium zu Analysis II

Aufgabe 49 – Test:

Es seien $Q \subset \mathbb{R}^n$ ein Quader, $f, g : Q \rightarrow \mathbb{R}$ stetig und $a \in \mathbb{R}$. Welche der folgenden Gleichungen ist richtig?

(i) $\int_Q (af(x) + g(x)) dx = a \int_Q f(x) dx + \int_Q g(x) dx$

(ii) $\int_Q \frac{1}{f(x)} dx = \frac{1}{\int_Q f(x) dx}$

(iii) $\int_Q |f(x)| dx = \left| \int_Q f(x) dx \right|$

Seien nun $Q := [a, b]^2$ und $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ stetig. Gilt dann

(iv) $\int_Q f(x)f(y) dx dy = \left(\int_a^b f(x) dx \right)^2$?

Aufgabe 50 – Gleichmäßige Stetigkeit:

Welche der folgenden Funktionen sind gleichmäßig stetig?

(i) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2$

(ii) $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \|x\|$

(iii) $f : \mathbb{S}^1 \rightarrow \mathbb{C}, f(z) = z^2$.

Aufgabe 51 – Faltung:

Für zwei Funktionen $f, g \in C_c(\mathbb{R}^n)$ ist die Faltung definiert durch

$$h(x) = (f * g)(x) := \int_{\mathbb{R}^n} f(y)g(x - y)dy$$

(a) Zeigen Sie $(f * g)(x) = (g * f)(x)$. (Kommutativität)

(b) Sei $A \in O(n)$ und $f(Ax) = f(x), g(Ax) = g(x)$. Zeigen Sie $h(Ax) = h(x)$.