



## 10. Tutorium zu Analysis II

### Aufgabe 35 – Taylorpolynom:

Bestimmen Sie das Taylorpolynom zweites Grades  $T_{(1,1)}^2 f(h)$  der Funktion

$$f(x, y) = e^y \log x.$$

### Aufgabe 36 – Fixpunkte:

Welche der folgenden Funktionen sind Kontraktionen?

(i)  $f(x) = \frac{1}{8}x^2$  auf  $X = [0, 2]$

(ii)  $f(x) = \frac{x+2}{x+1}$  auf  $X = (1, 2)$

(iii)  $f(x, y) = \frac{1}{8} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  auf  $X = \mathbb{R}^2$

### Aufgabe 37 – Kontraktionen sind stetig:

Sei  $f: X \rightarrow X$ ,  $X \subseteq \mathbb{R}^n$ , eine Kontraktion. Zeigen Sie:  $f$  ist stetig.

### Aufgabe 38 – Umkehrsatz:

Sei  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  definiert durch  $f(x, y) = (\sin 2x, \sin 3y)$ .

- Was ist das Bild von  $f$ ? Wie oft wird jeder Bildpunkt angenommen?
- Zeigen Sie mithilfe des Umkehrsatzes: Es gibt eine offene Umgebung  $U$  von  $(0, 0)$ , sodass  $f|_U$  injektiv ist. Was ist die Jacobimatrix der zugehörigen Umkehrabbildung  $g$  im Punkt  $(0, 0)$ ?
- Was ist die größte offene Umgebung  $U$  von  $(0, 0)$ , so dass  $f|_U$  injektiv ist?