



6. Tutorium zu Analysis II

Aufgabe 18 – Zusammenhänge:

Sei $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ eine Abbildung. Füge Implikationspfeile (\Leftarrow , \Rightarrow , \Leftrightarrow) ein, um zu zeigen, welche Eigenschaft eine andere impliziert. Begründe.

die Jacobi-Matrix existiert

f ist stetig

f ist differenzierbar

f ist stetig partiell differenzierbar

f ist partiell differenzierbar

die Jacobi-Matrix ist stetig

Aufgabe 19 – Quotientenregel:

Seien $f, g: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ partiell differenzierbare Funktionen. Zeige:

$$\text{grad} \frac{f}{g} = \frac{g \text{ grad } f - f \text{ grad } g}{g^2}$$

Aufgabe 20 – Gradient, Graph und Vektorfeld:

Betrachte die Funktion

$$r: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}: x \mapsto \|x\| = \sqrt{\langle x, x \rangle}.$$

1. Skizziere den Graphen von r für $n = 1, 2$. Berechne $\text{grad } r(x)$ für $x \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$ und skizziere dieses Vektorfeld für $n = 2$. (Um ein Vektorfeld $v: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ zu skizzieren, zeichnet man den Vektor $v(x)$ vom Punkt x aus für ein paar Werte von x ein.)
2. Bestimme den Gradienten der Funktion

$$f: \mathbb{R}^n \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}: x \mapsto \frac{1}{r^k}, k \in \mathbb{N}.$$