



Mathematik II für BI, WIBI, MaWi und GEO, Übung 9

Gruppenübung

G 25 Geben Sie für die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x, y) = 3xy^2 + 2\sqrt{x} + e^{2y}$$

die Approximation zweiter Ordnung im Punkt $(1, 1)$ an.

G 26 Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x, y) = x^2y^2.$$

Bestimmen sie alle relativen Extrema der Funktion f und deren Art unter der Nebenbedingung

$$g(x, y) = 5x^2 - 6xy + 5y^2 - 8 = 0 \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2.$$

G 27 Es sei G das Rechteck mit den Eckpunkten $P = (0, 1)$, $Q = (0, 3)$, $R = (1, 3)$ und $S = (1, 1)$. Berechnen Sie folgende Gebietsintegrale

a) $\iint_G \left(\frac{y}{x+1} + \frac{x}{y} \right) dx dy$

b) $\iint_G e^{y+x} dx dy$

Hausübung

H 25 Gegeben seien die Funktionen $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ und $g : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x, y) = x^2 \sin \frac{xy}{2} \quad \text{und} \quad g(x, y) = x^2 - \cos \frac{x}{y}.$$

- Bestimmen Sie die Approximation zweiter Ordnung von f im Punkt $(1, \pi)$.
- Bestimmen Sie die Approximation zweiter Ordnung von g im Punkt $(\pi, 1)$.
- Berechnen Sie $f\left(\frac{11}{10}, \pi\right)$ und $g\left(\pi + \frac{1}{10}, \frac{4}{5}\right)$ mit den in a) bzw. b) ermittelten Näherungen und vergleichen Sie die Resultate mit den exakten Ergebnissen.

H 26 Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x, y) = (x^2 + y^2)^2 - 2(x^2 - y^2).$$

Bestimmen Sie die Extrema der Funktion f , und entscheiden Sie, ob es sich um Maxima oder Minima handelt.

H 27 Skizzieren Sie die Menge $G \subseteq \mathbb{R}^2$ und berechnen Sie $\iint_G f(x, y) dF$ in den Fällen

a) $G = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x \leq 2, 3 \leq y \leq 5\}$, $f(x, y) = x^2y^3$.

b) $G = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x, y \leq 1, x + y \leq 1\}$, $f(x, y) = 1 - x - y$.

c) $G = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x, y \leq 1, x^2 \leq y \leq 2x^2\}$, $f(x, y) = x + y$.