Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. J. Lehn
A. Berger
Dr. S. Moritz

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

24./25./28.5.2007

Mathematik II für BI, WIBI, MaWi und GEO, Übung 5

Gruppenübung

G 13 Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -11 & 15 & -16 \\ -7 & 11 & -12 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Eigenwerte und die zugehörigen Eigenvektoren der Matrix A.

G 14 Bestimmen Sie zu folgenden Quadriken den Typ der Normalformen:

a) $x^2 + y^2 + 2x + 6y + 9 = 0$,

b) $x^2 - 4x - 4y^2 = 4$,

c) $x^2 - 4x - 4y^2 = 5$,

d) $y^2 = 9$,

e) $y^2 = -9$.

G 15 Gegeben sei eine Quadrik durch die Gleichung:

$$x^2 + y^2 + 4xy - \sqrt{2}x + \sqrt{2}y = 4$$

a) Führen Sie eine Hauptachsentransformation durch und bestimmen Sie den Typ der Quadrik.

b) Bestimmen Sie den Mittelpunkt in kartesischen Koordinaten.

Hausübung

H 13 Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Eigenwerte und die zugehörigen Eigenvektoren der Matrix A. Bestimmen Sie die Determinante der Matrix A. Ist A invertierbar?

H 14 Im Vektorraum $\mathbb{R}^3$ sind die drei linear unabhängigen Vektoren

$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

gegeben. Bestimmen Sie daraus eine Orthonormalbasis von $\mathbb{R}^3$, indem Sie das Orthogonalisierungsverfahren von Gram-Schmidt verwenden.

H 15 Gegeben sei eine Quadrik durch die Gleichung:

$$2x^2 + 2y^2 - 2xy + 2\sqrt{2}x - 2\sqrt{2}y = -\frac{1}{3}$$

a) Führen Sie eine Hauptachsentransformation durch und bestimmen Sie den Typ der Quadrik.

b) Bestimmen Sie den Mittelpunkt in kartesischen Koordinaten.