



Mathematik II für BI, WIBI, MaWi und GEO, Übung 2

Gruppenübung

G 4 Gegeben seien

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Lösen Sie das lineare Gleichungssystem $A\vec{x} = \vec{b}$ mit dem Gauß'schen Algorithmus und bestimmen Sie den Rang der Matrix A .

G 5 Berechnen Sie für

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 0 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

die Matrizenprodukte $AA, AB, AC, BA, BB, BC, CA, CB, CC$, soweit diese überhaupt definiert sind.

G 6 Die Firma "Felgi & Söhne" stellt Aluminiumfelgen her. Ihre Forschungslabors haben festgestellt, dass man aus einer Aluminiumlegierung mit 8% Magnesium und 6% Zink besonders haltbare und leichte Felgen herstellen kann. Diese Legierung gibt es jedoch nicht zu kaufen. Der Einkäufer kann aber Legierungen A, B, C und D erwerben, die folgende Anteile (in %) an Magnesium und Zink enthalten:

Legierung	A	B	C	D
Magnesiumgehalt	6	10	8	4
Zinkgehalt	7	3	13	1
Preis pro Tonne (Euro)	1000	1500	2000	500

- Welche Anteile kann man aus A, B, C und D wählen, um eine Tonne der gewünschten Legierung herzustellen?
- Geben Sie die preisgünstigste Lösung für die Firma an.

Hausübung

H 4 Betrachten Sie das Gleichungssystem $A\vec{x} = \vec{b}$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -3 & 1 & 4 \\ -1 & 5 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ \alpha \end{pmatrix}$$

in Abhängigkeit vom Parameter $\alpha \in \mathbb{R}$.

Für welche $\alpha \in \mathbb{R}$ ist dieses Gleichungssystem lösbar? Geben Sie im Falle der Lösbarkeit die gesamte Lösungsmenge in vektorieller Form an.

Welchen Rang hat die Matrix A ?

H 5 Berechnen Sie für die Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

A^2 , A^3 und A^4 . Finden Sie eine Formel für A^n , $n \in \mathbb{N}$, und beweisen Sie diese mittels Induktion.

H 6 Zwischen dem Alter von Klaus, Rüdiger, Anna und Stefanie bestehen folgende Zusammenhänge: Addiert man das Alter von Klaus und Anna, so sind dieses 29 Jahre mehr als das Alter von Rüdiger. Stefanie ist genauso viele Jahre älter als Anna, wie Rüdiger jünger ist als Klaus. Addiert man das Alter von Rüdiger und Anna, so muß man 13 Jahre abziehen, um das Alter von Klaus zu erhalten. Nun behauptet Anna, Klaus sei 7 Jahre alt, Stefanie dagegen behauptet, Klaus sei 9 Jahre alt. Eine von beiden hat Recht. Wer? Berechnen Sie für den richtigen Fall das Alter von allen vier Personen.