



Mathematik II für BI, WIBI, MaWi und GEO, Übung 11

Gruppenübung

- G 31** Durch die Parameterdarstellung $\vec{x}(t) = (3t^2 \sin(t), 3t^2 \cos(t))^T$ für $\pi \leq t \leq 3\pi$ wird ein Kurvenstück im \mathbb{R}^2 beschrieben. Berechnen Sie die Länge L und die Masse des Kurvenstücks, wenn wir als Dichte $\delta(t) = (12\sqrt{4+t^2})^{-1}$ annehmen.
- G 32** Berechnen Sie den Flächeninhalt O des Flächenstückes, das durch den Graphen der Funktion $f(x, y) = x^2 + y$ für $(x, y) \in [0, \frac{\sqrt{2}}{2}] \times [0, 1]$ beschrieben wird.
- G 33** Berechnen Sie den Fluss des Vektorfeldes $\vec{v}(x, y, z) = (2x - z, x^2 - z, -xz^2)^T$ durch die Oberfläche S des Einheitswürfels $[0, 1] \times [0, 1] \times [0, 1]$.

Hausübung

- H 31** Bestimmen Sie den Schwerpunkt des ebenen Bereiches

$$B := \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \frac{4}{\pi^2} x^2 \leq y \leq \sin(x) \right\},$$

wobei wir für die Dichte $\delta(x, y) = 1$ annehmen. Fertigen Sie zunächst eine Skizze von B an.

- H 32** Für das Vektorfeld $\vec{v}(x, y, z) = (x, z, cy + z)^T$ mit einer festen Konstanten $c \in \mathbb{R}$ und die Kurve $K : \vec{x}(t) = (\cos t, \sin t, t), 0 \leq t \leq \pi$, berechne man das Kurvenintegral $\int_K \vec{v} d\vec{x}$. Für welches c ist dieses Integral von der Kurve K unabhängig?

- H 33** Die Funktion

$$z = f(x, y) = \cosh x, \quad -2 \leq x \leq 2, \quad -10 \leq y \leq 10$$

beschreibt ein Flächenstück F im \mathbb{R}^3 .

1. Berechnen Sie den Flächeninhalt von F .
2. Berechnen Sie das Oberflächenintegral $\iint_F g dO$ für die Funktion

$$g(x, y, z) = \frac{xy}{z}.$$