



18. April 2007

Analysis I für M, LaG und Ph, SS 2007, Übung 1

Gruppenübung

G 1 (Negieren von Aussagen).

Formuliere das logische Gegenteil (die Negation) der folgenden Aussagen:

- Alle Vögel sind blau.
- Für jeden Bundesbürger gibt es einen Bundestagsabgeordneten, der sich für ihn zuständig fühlt.
- Wer Sorgen hat, hat auch Likör. (Wilhelm Busch)
- Wenn es regnet, wird die Straße nass.
- Ich kam, sah und siegte.
- Wenn es am Wochenende nicht regnet, fahre ich nach Hause oder besuche den Berliner Zoo.

G 2 (Aussagen in Formelschreibweise.)

Übertrage die folgenden Aussagen in Formelschreibweise, und negiere sie anschließend:

- Zu jeder natürlichen Zahl n gibt es zwei Primzahlen p und q , deren Produkt n teilt.
- Jede natürlichen Zahl besitzt einen ungeraden Teiler, der ungleich 1 ist.
- Es seien m und n natürlichen Zahlen. Wenn m größer oder gleich n und n größer oder gleich m ist, dann stimmen m und n überein.

G 3 (Aussagenlogik.)

- Beweise die Aussage

$$((p \Rightarrow q) \wedge (\neg p \Rightarrow q)) \Rightarrow q.$$

- b) Diese Schlussweise wurde in der Vorlesung zum Beweis des folgenden Satzes verwendet:

Ist n eine durch 4 teilbare natürlichen Zahl, so ist $n + 3$ keine Quadratzahl.

Für welche Aussagen standen dabei p und q ?

- c) Zeige: Ist n eine durch 3 teilbare natürlichen Zahl, so ist $n + 2$ keine Quadratzahl. (Im Beweis des obigen Satzes wurde unterschieden, ob eine bestimmte Zahl gerade oder ungerade war. Diesmal ist es praktisch, zu unterscheiden, welchen Rest eine Zahl bei Division durch 3 lässt.)

Hausübung

H 1 (Aussagen in Formelschreibweise.)

Stelle die beiden folgenden Beweisprinzipien in Formelschreibweise dar, und beweise sie.

- a) Zwei Aussagen sind genau dann äquivalent, wenn jede die andere zur Folge hat.
- b) Wenn eine Aussage eine andere und diese eine dritte impliziert, so folgt die dritte Aussage aus der ersten.

H 2 (Aussagen als umgangssprachliche Sätze.)

Schreibe die folgenden Aussagen als umgangssprachliche Sätze und überlege dir, welche davon wahr sind. Begründe deine Antwort.

- a) $(\forall n \in \mathbb{N})(\exists k \in \mathbb{N}) n = k^2$
- b) $(\forall n \in \mathbb{N})(\exists k \in \mathbb{N}) n^2 = k$
- c) $(\exists k \in \mathbb{N})(\forall n \in \mathbb{N}) n^2 = k$
- d) $(\forall n \in \mathbb{N})(\exists k \in \mathbb{N}) n^2 = 5k \Rightarrow (\exists k \in \mathbb{N}) n = 5k$

H 3 (Studiengebühren).

Ein Politiker wird in einem Wahlkampf gefragt, ob er für oder gegen die Einführung von Studiengebühren ist. Da er sich um eine Antwort drücken will, sagt er: Ich habe mich stets gegen die Absicht gewandt, die Gegner der Bekämpfung der Antistudiengebührenbewegung zu unterdrücken. Ist der Mann für oder gegen die Einführung von Studiengebühren?

H 4 (Etwas Mengenlehre).

- a) Betrachte die Mengen $A := \{\clubsuit, \heartsuit, \spadesuit\}$ und $B := \{\sigma, \varphi\}$. Bestimme $B \times A$. Wieviel Elemente hat die Menge $B \times A \times \emptyset$?
- b) Sei $M := \{1\}$. Bestimme die Mengen $\mathcal{P}(M)$ und $\mathcal{P}(\mathcal{P}(M))$.