H16

i)

- S_2 enthält 2 Permutationen id und $\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.
  sign id = 1, sign $\pi = -1$.

1. Fall (id) ist klar.

2. Fall (π):

$$\Psi(\pi(1), \pi(2)) = \Psi(x_2, x_1) = \frac{1}{\sqrt{2!}} (\psi_1(x_2) \cdot \psi_2(x_1) - \psi_2(x_2) \cdot \psi_1(x_1))$$

$$= - \frac{1}{\sqrt{2!}} (\psi_2(x_2) \cdot \psi_1(x_1) - \psi_1(x_2) \cdot \psi_2(x_1))$$

$$= \text{sign}(\pi) \frac{1}{\sqrt{2}!} \Psi(x_1, x_2).$$

2

ii)

- Leibniz formel oder i) ausschreiben

$$\Psi(x_1, x_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi_1 (x_{id(1)}, x_{id(2)}) - \psi_1(x_{\pi(1)}, x_{\pi(2)})).$$

1

iii)

- Beachte: $\cdot$ S_n ist Gruppe $\Rightarrow$ $\pi \cdot S_n = S_n$.
  $\cdot$ $\text{sign}(\pi^{-1}) = \text{sign}(\pi)$.

Sei $\pi' \in S_n$.

2

$$\Psi(x_{\pi'(1)}, \dots, x_{\pi'(n)}) = \frac{1}{\sqrt{n!}} \sum_{\pi \in S_n} \text{sign}(\pi)\, \psi_1(x_{\pi \circ \pi'(1)}) \dots \psi_n(x_{\pi \circ \pi'(n)}).$$

(Ersetze $\pi'' = \pi \circ \pi'$)

$$\Rightarrow \quad = \frac{1}{\sqrt{n!}} \sum_{\pi'' \in S_n} \text{sign}(\pi'' \circ (\pi')^{-1})\, \psi_1(x_{\pi''(1)}) \dots \psi_n(x_{\pi''(n)}). \qquad \pi = \pi'' \circ (\pi')^{-1} \;!$$

$$= \text{sign}((\pi')^{-1}) \cdot \frac{1}{\sqrt{n}!} \sum_{\pi'' \in S_n} \text{sign}(\pi'')\, \psi_1(x_{\pi''(1)}) \dots \psi_n(x_{\pi''(n)}).$$

$$= \text{sign}(\pi) \cdot \Psi(x_1, \dots x_n).$$

iv)

$$\frac{1}{\sqrt{n!}} \left| \quad \right| = \frac{1}{\sqrt{n!}} \sum_{\pi} \operatorname{sign} \pi \, \psi_1(x_{\pi(1)}) \cdots \psi_n(x_{\pi(n)}) .$$

Leibnizformel!

2

v)

Sei o.B.d.A. $\psi_i = \psi_j$, $i \neq j$, dann sind 2 Zeilen der Slater-Determinante „linear abhängig". $\Rightarrow \Psi = 0$.

1

D.h. $|\Psi|^2 = 0$ $\Rightarrow$ die Teilchen halten sich nirgendwo auf.

$\sum_{11/10} = 9$