H04 „$\Rightarrow$"

Sei A mit rang $A = 1$.

wähle eine Spalte von A, z.B. $\vec{a}_{ij} = \begin{pmatrix} a_{1j} \\ a_{2j} \\ \vdots \\ a_{nj} \end{pmatrix}$ 1

Alle anderen Spalten sind Vielfache von $\vec{a}_{ij}$, da rang $A = 1$.

Schreibe diese Vielfache in Vektor $\begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_m \end{pmatrix} =: \vec{\lambda}$ 1

Bemerkung: $\lambda_j = 1$, da $\vec{a}_{ij}$ gewählt wurde.

Wähle nun $y = \vec{a}_{ij}$, und $x = \begin{pmatrix} \lambda_1^* \\ \vdots \\ \lambda_m^* \end{pmatrix}$. 1

$\Rightarrow \; A = y \cdot x^*$

$$= \left(\lambda_1 \cdot \vec{a}_{i1}, \; \lambda_2 \cdot \vec{a}_{i2}, \; \dots, \; \lambda_m \vec{a}_{im} \right)$$

„$\Leftarrow$"

Sei nun $A = y \cdot x^*$, mit $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_m \end{pmatrix}$ 1

Dann $A = \left(x_1^* \cdot y, \; x_2^* \cdot y, \; \dots, \; x_m^* y \right)$, d.h.

alle Spalten von A sind Vielfache von y. 1

$\Rightarrow$ Rang $A = 1$.

Sei nun $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Wähle $y = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $x = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. ②

$\Rightarrow A = y \cdot x^* = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot (1 \;\; 1) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

$\Sigma_{H04} = 7$