G17

Sei $S$ die Matrix, die in die Basis $(b_1, \dots b_n)$ wechselt.

$\Rightarrow D_A = S A S^{-1}$, $D_B = S A S^{-1}$ sind Diagonalmatrizen.

$$A B = S^{-1} D_A S S^{-1} D_B S = S^{-1} D_A D_B S$$
$$= S^{-1} D_B D_A S = S^{-1} D_B S S^{-1} D_A S = B \cdot A.$$

G18

i) Sei $p(x) = \sum_{k=1}^{n} a_k x^k$

$$S^{-1} p(A) S = S^{-1} \sum_{k=1}^{n} a_k x^k S = \sum_{k=1}^{n} a_k S^{-1} A^k S$$
$$= \sum_{k=1}^{n} a_k (S^{-1} A S)^k = p(S^{-1} A S).$$

ii) Sei $\gamma$ EW von $p(A)$ mit EV $v$,

$\Leftrightarrow (S^{-1} p(A) S - \gamma \mathbb{1}) e_v = 0$

$\overset{i)}{\Leftrightarrow} (p(S^{-1} A S) - \gamma \mathbb{1}) e_v = 0$

$\Leftrightarrow \exists \lambda$ EW von $S^{-1} A S$ bzw. $A$ m EV $e_v$ / $v$,

sodaß $p(\lambda) = \gamma$. $((S^{-1} A S - \lambda \cdot \mathbb{1}) e_v = 0)$