G12

i)

$$Bx = (A - b\mathbb{1})x = Ax - bx = \lambda x - bx = (\lambda - b)x$$

$$\lambda' = (\lambda - b)$$

ii) Beachte: $ASS^{-1}x = Ax = \lambda x$.

wähle $y = S^{-1}x$.

$$Cy = S^{-1}ASS^{-1}x = S^{-1}Ax = \lambda S^{-1}x = \lambda y.$$

EV: $y = S^{-1}x$.

iii) Sei A invertierbar und $\lambda = 0$.

$\Rightarrow \exists x \neq 0$ mit $Ax = \lambda x = 0x$

$\Rightarrow x \in \ker A \Rightarrow \ker A \neq \{0\}$ $\lightning$ A invertierbar.

iv)

$$Ax = \lambda x \Rightarrow A^{-1}Ax = \lambda A^{-1}x$$

$$x = \lambda A^{-1}x$$

$$A^{-1}x = \frac{1}{\lambda}x.$$

EW: $\lambda' = \frac{1}{\lambda}$.

G13

Sei x_i EV zu EW λ_i von A.

$\Rightarrow ABx_i = BAx_i = \lambda_i Bx_i$.

$\Rightarrow y_i := Bx_i$ ist EV von A zu EW λ_i, falls $y_i \neq 0$.

Nach Voraussetzung ist aber der Eigenraum E_{λ_i} eindimensional.

$\Rightarrow y_i = k_i x_i$, $k_i \in K$. $\Rightarrow Bx_i = k_i x_i$

Ist $y_i = Bx_i = 0 = 0x_i \Rightarrow x_i$ ist EV von B zum EW 0.

$\Rightarrow$ jeder EV x_i von A ist auch EV von B.