„$\Leftarrow$" Sei $\ker(f \circ f) = \ker f$

Annahme: $\exists y \neq 0$, $y \in \ker f \cap \text{Bild} f$.

$\Rightarrow f(y) = 0$

und (da $y \in \text{Bild} f$) $\exists x \in V : f(x) = y$

$\Rightarrow f \circ f(x) = f(y) = 0$ ↯ da $x \notin \ker f$. (1)

$\Sigma_{A8} = 4$

A 9

Der Vektorraum der reellen $n \times n$ Matrizen V hat $\dim V = n^2$. (1)

Betrachte nun die Potenzen

$A^0 = \mathbb{1}, A^1, \ldots, A^{n^2}$. (1)

Diese liegen alle in V. Da $\dim V = n^2$ müssen sie linear abhängig sein. (1)

$\Rightarrow \exists \lambda_0, \ldots \lambda_{n^2} \in \mathbb{R}$, sodaß

$\lambda_{n^2} A^{n^2} + \ldots + \lambda_0 A^0 = 0$; Setze $k = n^2$ (1)

Dann definiert die Linearkombination das gesuchte Polynom p.

$\Sigma_{A9} = 4$