A 10

i) Betrachte:

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 & x_3 \\ x_2 & x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad (1)$$

$$\rightsquigarrow \quad \begin{matrix} a x_1 + b x_2 = 1 \\ c x_1 + d x_2 = 0 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} a x_3 + b x_4 = 0 \\ c x_3 + d x_4 = 1 \end{matrix} \qquad (1)$$

$$x_1 = -\frac{d}{c} x_2 \; ; \quad -\frac{ad}{c} x_2 + b x_2 = 1$$

$$\Rightarrow \left(-\frac{ad}{c} + \frac{bc}{c}\right) x_2 = -\frac{1}{c}(ad - bc) \cdot x_2 = 1 \qquad (1)$$

$\Rightarrow$ für $ad - bc = 0$: $\quad 0 = 1$ ↯ und $x_2 = -\dfrac{c}{ad-bc}$ sonst. (1)

ebenso für:

$$x_3 = -\frac{b}{a} x_4 \; ; \quad -\frac{bc}{a} x_3 + d x_4 = 1 \qquad (1)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{a}(ad - bc)\right) x_4 = 1$$

$\Rightarrow$ für $ad - bc = 0$: $\quad 0 = 1$ ↯ und $x_4 = \dfrac{a}{ad-bc}$ sonst. (1)

$\Rightarrow$ Daraus folgt die Behauptung.

ii)

$$A \cdot A^{-1} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad (2)$$

$\Sigma_{A10} = 8$