A1

i) und iii) sind lineare Teilräume ②

ii) und iv) nicht ②

$\Sigma_{A_1} = 4$

A2

Wir nennen $x \longmapsto \|x\|$ von V nach $\mathbb{R}$ ①
eine Norm, falls

(N1) $\forall x \in V$ ist $\|x\| \geq 0$. ① Gilt $\|x\| = 0 \Rightarrow x = 0$ ①

(N2) $\forall x \in V, \alpha \in \mathbb{R}$ gilt $\|\alpha x\| = |\alpha| \cdot \|x\|$ ①

(N3) $\forall x_1, x_2 \in V$ gilt $\|x_1 + x_2\| \leq \|x_1\| + \|x_2\|$ ①

$\Sigma_{A_2} = 5$

A3

i) b, c ① + ①

ii) a ①

iii) b, c ① + ①

iv) a ①

$\Sigma_{A_3} = 6$

A4

i)

$$b_1 = \frac{1}{\|v_1\|} \cdot v_1 = \frac{1}{2}\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix} \quad ①$$

$$b_2' = v_2 - \langle v_2, b_1\rangle \cdot b_1 = \begin{pmatrix}1\\0\\1\\0\end{pmatrix} - 1/2\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix}1\\-1\\1\\-1\end{pmatrix} \quad ②$$

$$b_2 = \frac{1}{\|b_2'\|} \cdot b_2' = 1/2\begin{pmatrix}1\\-1\\1\\-1\end{pmatrix}$$

$$b_3' = v_3 - \langle v_3, b_1\rangle b_1 - \langle v_3, b_2\rangle b_2$$

$$= \begin{pmatrix}2\\1\\1\\2\end{pmatrix} - 3/2\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix} - 0 \cdot b_2 = 1/2 \cdot \begin{pmatrix}1\\-1\\-1\\1\end{pmatrix} \quad ②$$

$$b_3 = \frac{1}{\|b_3'\|} \cdot b_3' = \frac{1}{2}\begin{pmatrix}1\\-1\\-1\\1\end{pmatrix}$$

ii)

$$\lambda_1 b_1 + \lambda_2 b_2 + \lambda_3 b_3 = \begin{pmatrix}3\\7\\-5\\9\end{pmatrix}$$