



Mathematik II für ET, WI(ET), EPE, IKT, IST, CE, SpoInf

14. Übung

Gruppenübung

G 37 Mehrdimensionale Integrale

Bestimmen Sie den Wert des Integrals

$$\iint_D f(x, y) d(x, y)$$

für die Funktion $f(x, y) = y$ und das Gebiet D zwischen dem oberen Einheitskreis (d.h. $x^2 + y^2 = 1, y > 0$) und der Funktion $y = 1 - x^2$.

G 38 Volumen des Körpers

Berechnen Sie das Volumen des Körpers G , der sich durch den Schnitt der beiden Zylinder $x^2 + y^2 \leq a^2$ und $x^2 + z^2 \leq a^2$ mit $a > 0$ ergibt:

Fertigen Sie zunächst eine Skizze des Körpers an: Welches Bild ergibt sich als Grundriß in der xy -Ebene, welches ist die Funktion, die den Körper nach oben (und nach unten) in z -Richtung begrenzt. Überlegen Sie sich, dass dann

$$\iiint_G d(x, y, z) = 2 \iint_D f(x, y) d(x, y)$$

für eine geeignete Funktion $z = f(x, y)$ gilt.

G 39 Gegeben ist eine Halbkugel K ,

$$K = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2, z \geq 0\},$$

die mit der konstanten Dichte $\rho \equiv 1$ belegt ist.

- Geben Sie die Darstellung von K mit Kugelkoordinaten an.
- Berechnen Sie das Trägheitsmoment der Halbkugel um die z -Achse mit Hilfe der Formel

$$\iiint_K (x^2 + y^2) d(x, y, z),$$

- Berechnen Sie die Schwerpunktskoordinaten der Halbkugel.