

Mathematik II für ET, WI(ET), ET(LAB) SpoInf, IKT, CE, EPE, IST

Übung 4

Gruppenübung

G13: Cramersche Regel

Berechnen Sie mit Hilfe der Cramerschen Regel die Lösung des folgenden Gleichungssystems:

$$2x_1 + x_2 - 5x_3 + x_4 = 8,$$

$$x_1 - 3x_2 \quad - 6x_4 = 9,$$

$$2x_2 - x_3 + 2x_4 = -5,$$

$$x_1 + 4x_2 - 7x_3 + 6x_4 = 0.$$

G14: Gleichungssysteme

Gegeben seien die linearen Gleichungssysteme

$$5x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 7,$$

$$2x_1 + x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 1,$$

$$x_1 - 3x_2 - 6x_3 + 5x_4 = 0$$

und

$$x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 + x_5 = 1,$$

$$3x_1 - x_2 + x_3 + 4x_4 + 3x_5 = 4,$$

$$x_1 + 5x_2 - 9x_3 - 8x_4 + x_5 = 0$$

- Überprüfen Sie die Lösbarkeit der Systeme.
- Bestimmen Sie alle möglichen Lösungen der Gleichungssysteme.

G15: Eigenwerte und Eigenvektoren

Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

- Berechnen Sie die Eigenwerte der Matrix A .
- Berechnen Sie die Eigenvektoren der Matrix A .

Hausübung

H13: Gleichungssysteme

Gegeben seien die linearen Gleichungssysteme

$$\begin{aligned}7x_1 + 3x_2 &= 2, \\x_1 - 2x_2 &= -3, \\4x_1 + 9x_2 &= 11.\end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned}4x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 &= 3, \\x_1 - 2x_2 - x_3 + 2x_4 &= 2, \\2x_1 + 5x_2 - x_4 &= -1. \\3x_1 + 3x_2 - x_3 - 3x_4 &= 1\end{aligned}$$

- Überprüfen Sie die Lösbarkeit der Systeme.
- Bestimmen Sie alle möglichen Lösungen der Gleichungssysteme.

H14: Eigenwerte und Eigenvektoren

Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}.$$

- Berechnen Sie die Eigenwerte der Matrix A .
- Berechnen Sie die Eigenvektoren der Matrix A .

H15: a) Seien $A, B \in \mathbb{R}^{n,n}$ zwei beliebige Matrizen. Zeigen Sie

$$\operatorname{tr}AB = \operatorname{tr}BA.$$

- Berechnen Sie alle möglichen Eigenvektoren der Matrix A :

$$A = \begin{pmatrix} a_{1,1} & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$