

**Mathematik II für ET, WI(ET), ET(LAB) SpoInf, IKT, CE,  
EPE, IST**

**Übung 3**

**Gruppenübung**

**G10: Determinante**

Berechnen Sie die Determinante der folgenden Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & i & -1 & -i \\ 1 & -i & -1 & i \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

**G11: Inverse Matrix**

a) Berechnen Sie mit Hilfe der Adjungierten die Inverse der Matrix  $A$ ,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & -3 \end{pmatrix}.$$

b) Seien  $A, B \in \mathbb{R}^{n,n}$  invertierbare Matrizen. Zeigen Sie

$$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}, \quad (A^T)^{-1} = (A^{-1})^T.$$

**G12: Gleichungssysteme**

Geben Sie an, welche der folgenden Gleichungssysteme  $A_i \cdot x = b_i$ ,  $i = 1, 2$ , lösbar sind.

a)  $A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad b_1 = (0, 1, 1)^T.$

b)  $A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad b_2 = (3, 1, 2)^T.$

**Hausübung**

**H10: Determinante**

Berechnen Sie die Determinante der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 5 & 0 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 3 & 7 & -2 \\ 3 & -1 & 0 & 5 & -5 \\ 2 & 6 & -4 & 1 & 2 \\ 0 & -3 & -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

**H11:** a) Zeigen Sie - nur am Beispiel der Matrix  $A = (e_3, e_1, e_2)$ , wobei  $e_i, i = 1, 2, 3$ , die Basisvektoren sind -, dass die Determinante einer  $3 \times 3$  Matrix mit den Spaltenvektoren  $a_1, a_2, a_3$  gleich dem Spatprodukt  $[a_1, a_2, a_3]$  ist. Verwenden Sie die Vertauschungsregeln bei Zeilen- & Spaltenvektoren (Satz 11.1) für die Matrix  $A$ .

b) Sei eine Matrix  $A \in \mathbb{R}^{n,n}$  mit vollem Rang gegeben. Bestimmen Sie den Rang von  $A^3$ .

**H12: Lösungsgesamtheit**

Gegeben seien die linearen Gleichungssysteme  $A \cdot x = b_i, i = 1, 2$ , mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 & -1 \\ 3 & -1 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad b_1 = \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad b_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

a) Bestimmen Sie den Rang von  $A$  und den erweiterten Matrizen  $(A, b_i)$  für  $i = 1, 2$  und interpretieren Sie die Ergebnisse.

b) Bestimmen Sie die Lösungsgesamtheit des homogenen System  $A \cdot z = 0$ .

c) Bestimmen Sie alle Lösungen des Gleichungssystems  $A \cdot x = b_2$ .