

**Mathematik II für ET, WI(ET), ET(LAB) SpoInf, IKT, CE,
EPE, IST**

Übung 3

Gruppenübung

G10: Determinante

Berechnen Sie die Determinante der folgenden Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & i & -1 & -i \\ 1 & -i & -1 & i \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

G11: Inverse Matrix

a) Berechnen Sie mit Hilfe der Adjungierten die Inverse der Matrix A ,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & -3 \end{pmatrix}.$$

b) Seien $A, B \in \mathbb{R}^{n,n}$ invertierbare Matrizen. Zeigen Sie

$$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}, \quad (A^T)^{-1} = (A^{-1})^T.$$

G12: Gleichungssysteme

Geben Sie an, welche der folgenden Gleichungssysteme $A_i \cdot x = b_i$, $i = 1, 2$, lösbar sind.

a) $A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad b_1 = (0, 1, 1)^T.$

b) $A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad b_2 = (3, 1, 2)^T.$

Hausübung

H10: Determinante

Berechnen Sie die Determinante der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 5 & 0 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 3 & 7 & -2 \\ 3 & -1 & 0 & 5 & -5 \\ 2 & 6 & -4 & 1 & 2 \\ 0 & -3 & -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

H11: a) Zeigen Sie - nur am Beispiel der Matrix $A = (e_3, e_1, e_2)$, wobei $e_i, i = 1, 2, 3$, die Basisvektoren sind -, dass die Determinante einer 3×3 Matrix mit den Spaltenvektoren a_1, a_2, a_3 gleich dem Spatprodukt $[a_1, a_2, a_3]$ ist. Verwenden Sie die Vertauschungsregeln bei Zeilen- & Spaltenvektoren (Satz 11.1) für die Matrix A .

b) Sei eine Matrix $A \in \mathbb{R}^{n,n}$ mit vollem Rang gegeben. Bestimmen Sie den Rang von A^3 .

H12: Lösungsgesamtheit

Gegeben seien die linearen Gleichungssysteme $A \cdot x = b_i, i = 1, 2$, mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 & -1 \\ 3 & -1 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad b_1 = \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad b_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

a) Bestimmen Sie den Rang von A und den erweiterten Matrizen (A, b_i) für $i = 1, 2$ und interpretieren Sie die Ergebnisse.

b) Bestimmen Sie die Lösungsgesamtheit des homogenen System $A \cdot z = 0$.

c) Bestimmen Sie alle Lösungen des Gleichungssystems $A \cdot x = b_2$.