Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. P. Spellucci
L. Kamenski
A. Witzel

TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

30.April/2.Mai 2007

Numerik für Maschinenbauer und Mechaniker, Übung 2

Gruppenübung

G 4 Von der Funktion

$$f(x) = 2x^2 - \cos(x)$$

soll auf dem Intervall $[0, \pi]$ die Nullstelle approximiert werden. Verwenden Sie hierzu die inverse Interpolation an den Stellen $x_0 = 0$, $x_1 = \frac{\pi}{4}$ und $x_2 = \frac{\pi}{2}$.

G 5 Es wird behauptet, dass

$$s(x) = \begin{cases} 2x+4 & \text{für} \quad -2 \le x < -1 \\ 3 - x^2 & \text{für} \quad -1 \le x < 1 \\ -2x+4 & \text{für} \quad 1 \le x < 2 \end{cases}$$

der natürliche kubische interpolierende Spline zu den Daten

x	-2	-1	0	1	2
y	0	2	3	2	0

ist. Prüfen Sie diese Behauptung.

G 6 Die Funktion $\sin(\frac{\pi}{2}x)$ soll auf dem Intervall $[-2, 2]$ mit den Stützstellen $-2, -1, 0, 1$ und 2 durch einen periodischen kubischen Spline interpoliert werden. Stellen Sie das Gleichungssystem hierzu auf, aber lösen Sie es nicht.

Hausübung

H 4 Prüfen Sie, ob

$$s(x) = \begin{cases} -x^3 & \text{für} \quad -1 \le x < 0 \\ x^3 & \text{für} \quad 0 \le x < 1 \end{cases}$$

der hermitische kubische interpolierende Spline zu den Daten

x	-1	0	1
y	1	0	1
y'	-3		3

ist.

H 5 Stellen Sie das Gleichungssystem auf, mit dem der natürliche, interpolierende, kubische Spline zu den Daten

i	0	1	2	3	4
x_i	-3	-2	0	1	2
y_i	0	2	2	11	18

bestimmt werden kann.

H 6 Überprüfen Sie folgende Aussage:
Wenn man die Daten $(x_i, y_i = f(x_i))$ einer Geraden $f(x) = ax+b$ durch einen natürlichen kubischen Spline interpoliert, ergibt sich als Spline $s(x) = f(x)$.

H 7 Zu vier Stützstellen x_0, x_1, x_2, x_3 wollen wir einen interpolierenden kubischen Spline s bestimmen. Als Zusatzbedingung fordern wir diesmal, daß s''' in x_1 und x_2 stetig ist.

Zeigen Sie, daß s mit einem üblichen kubischen interpolierenden Polynom übereinstimmt.

H 8 Wir bauen ein Schiff. Von der Außenhaut eines Schiffes verlangt man, dass sie *glatt und rund* sein soll. Um das Schiff zu bauen, verwenden wir Spanten, an denen die Außenhaut befestigt werden soll. Die Spanten verlaufen quer zur Fahrtrichtung und sind im wesentlichen gebogene Holzleisten. Die Spanten haben wir schon hergestellt und sie in gleichmäßigem Abstand angeordnet. Die 19 y-Koordinaten für das Längsprofil sind durch

$$y = (0, -0.35, -0.8, -1, -1, -1, -1, -1, -1, -1, -1, -1, -1, -1, -1, -0.8, -0.3, 0, 0)$$

gegeben (verwenden sie z.B. äquidistante Knoten in [0,1]). Nun sind wir auf der Suche nach einer Form für die Außenhaut, die der Anforderung *glatt und rund* genügt. Dazu interpolieren wir einfach zwischen den Spanten, und zwar einmal mit kubischen Splines und einmal mit einem Interpolationspolynom. Berechnen Sie den natürlichen interpolierenden kubischen Spline sowie das Interpolationspolynom vom Grad 18 und fertigen Sie ein Diagramm der beiden Graphen an. Welches Verfahren liefert die bessere Schiffsform?