

# 5 Verteilungsfunktionen

**54. Satz** Für ZV  $X$  sind äquivalent:

(i)  $F_X$  stetig differenzierbar

(ii)  $X$  absolutstetig verteilt mit stetiger Dichte  $f_X$

Gilt (i) oder (ii), so folgt  $F'_X = f_X$ .

*Beweis.* “(i)  $\Rightarrow$  (ii)“ Nach dem Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung gilt

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^x F'_X(u) du.$$

Gem. Satz 9 stimmt  $P_X$  mit dem Wahrscheinlichkeitsmaß mit der Dichte  $F'_X$  überein.

“(ii)  $\Rightarrow$  (i)“ Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung. □

Ausblick: absolutstetige Funktionen.

**55. Satz** Für ZVen  $X$  auf  $(\Omega, \mathfrak{A}, P)$  und  $X'$  auf  $(\Omega', \mathfrak{A}', P')$  sind äquivalent:

i)  $X, X'$  identisch verteilt

ii)  $P_X = P_{X'}$

*Beweis.* „(ii)  $\Rightarrow$  (i)“: klar. „(i)  $\Rightarrow$  (ii)“: Satz 9.

□