Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. U. Reif

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

31.01.2007

13. Übung

Geometrische Datenverarbeitung WS 2006/07

Im Folgenden wird der Doo-Sabin-Algorithmus im Spezialfall $n = 5$ betrachtet.

Aufgabe 48: [M] a) Zeichnen Sie in das beiliegende Blatt die Indizierung für die verfeinerten Kontrollpunkte im Sektor j ein.

b) Geben Sie für die Punkte mit Index $2, \ldots, 9$ die Subdivisionsregel an.

c) Welche Bedingungen müssen die speziellen Gewichte $a = [a_0, \ldots, a_4]$ erfüllen, damit im Fall $n = 5$ ein reflexionssymmetrisches Verfahren entsteht? Wie sieht demnach im Allgemeinen die Fouriertransformierte $\hat{a} = [\hat{a}_0, \ldots, \hat{a}_4]$ aus? Wie muss a gewählt werden, damit $a_1 = a_4 = 1/2$ gilt?

Aufgabe 49: [M] a) Geben Sie die Blöcke $A_0, \ldots, A_4$ der Subdivisionsmatrix

$$A = \begin{bmatrix} A_0 & A_4 & A_3 & A_2 & A_1 \\ A_1 & A_0 & A_4 & A_3 & A_2 \\ A_2 & A_1 & A_0 & A_4 & A_3 \\ A_3 & A_2 & A_1 & A_0 & A_4 \\ A_4 & A_3 & A_2 & A_1 & A_0 \end{bmatrix}$$

explizit an.

b) Bestimmen Sie die Blöcke $\hat{A}_0, \ldots, \hat{A}_4$ der block-diagonalen Matrix $\hat{A}$.

c) Bestimmen Sie alle Eigenwerte von A.

Aufgabe 50: [P] a) Schreiben Sie ein Matlab-Programm

$$A = \texttt{SubMat}(a),$$

das die Subdivisionsmatrix zu den speziellen Gewichten $a = [a_0, \ldots, a_4]$ aufstellt.

b) Schreiben Sie ein Matlab-Programm

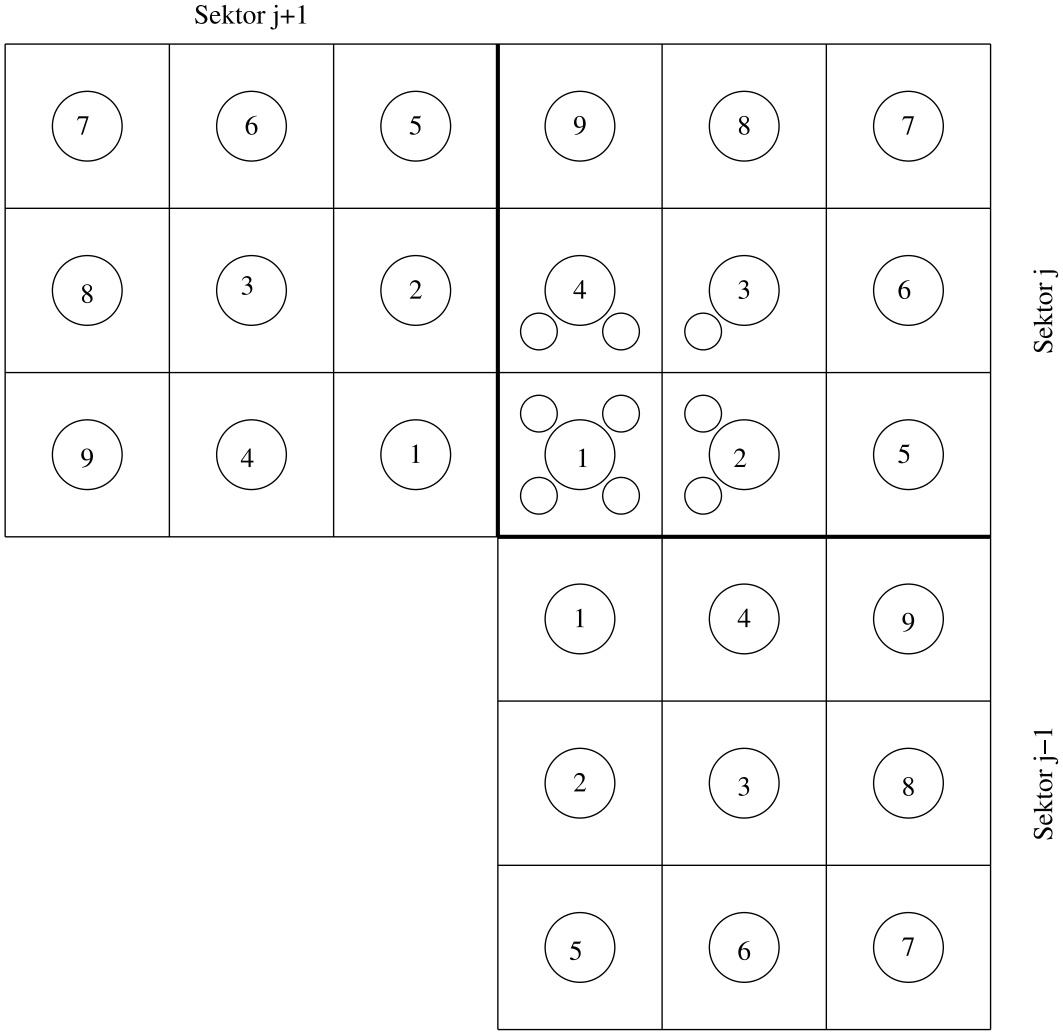
$$\tilde{P} = \texttt{SubDiv}(P, A),$$

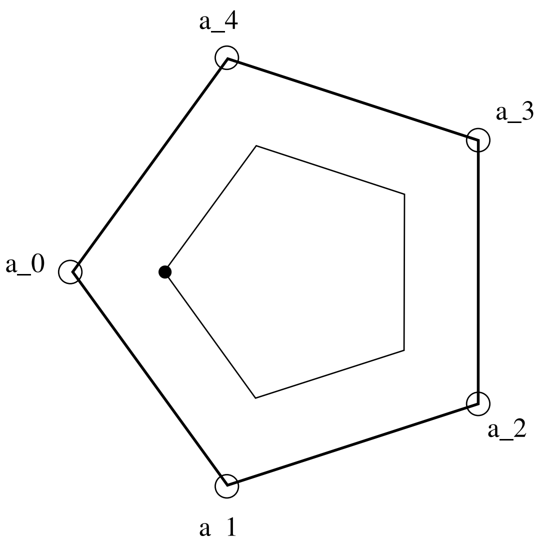
das zu den Kontrollpunkten P eines Splinerings die Kontrollpunkte $\tilde{P}$ des nächsten Rings berechnet. Splineringe können mit Hilfe der Programme `RingMesh` und `RingSurf` visualisiert werden.

c) Schreiben Sie ein Matlab-Programm

$$[\lambda, V] = \texttt{CharMap}(A),$$

das den subdominanten Eigenwert λ und die zugehörigen Eigenvektoren $V = [v_1, v_2]$ berechnet. Sie können die charakteristische Abbildung mit Hilfe des Programms `RingChar` visualisieren.


Sektor j+1
Sektor j
Sektor j−1
7
6
5
9
8
7
8
3
2
4
3
6
9
4
1
1
2
5
1
4
9
2
3
8
5
6
7


a_4
a_3
a_0
a_2
a 1