Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. U. Reif

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

10.01.2007

11. Übung

Geometrische Datenverarbeitung WS 2006/07

Aufgabe 40: [H] Sei $A \in \mathbb{R}^{n\times m}$. Zeigen Sie:

a) $AA^+A = A, \quad A^+AA^+ = A^+$

b) AA^+ und A^+A sind symmetrisch

c) $\operatorname{rang} A = n \;\Leftrightarrow AA^+ = \mathrm{Id}, \quad \operatorname{rang} A = m \;\Leftrightarrow A^+A = \mathrm{Id}$

Aufgabe 41: [H] Sei

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -t & 1 \\ 1 & t & 1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Lösen Sie das Optimierungsproblem

$$\|Ax - b\| \to \min, \quad \|x\| \to \min$$

in Abhängigkeit vom reellen Parameter t.

Aufgabe 42: [M] Bezeichne $\mathcal{Z}$ die Menge der zyklischen $(n \times n)$-Matrizen und

$$S = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & & 0 \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \in \mathcal{Z}$$

die Shift-Matrix. Zeigen Sie

a) $A, B \in \mathcal{Z} \;\Rightarrow\; AB = BA$.

b) $A \in \mathcal{Z} \;\Leftrightarrow\; SA = AS$.

c) $A \in \mathcal{Z}, \det A \neq 0 \;\Rightarrow\; A^{-1} \in \mathcal{Z}$.

Aufgabe 43: [P] Schreiben Sie zwei Matlab-Programme

$$\hat{a} = \mathtt{DFT}(a), \quad a = \mathtt{IDFT}(\hat{a}),$$

wobei $\hat{a}$ die diskrete Fourier-Transformierte von a ist.