



10.01.2007

11. Übung

Geometrische Datenverarbeitung WS 2006/07

Aufgabe 40: [H] Sei $A \in \mathbb{R}^{n \times m}$. Zeigen Sie:

- $AA^+A = A$, $A^+AA^+ = A^+$
- AA^+ und A^+A sind symmetrisch
- $\text{rang } A = n \Leftrightarrow AA^+ = \text{Id}$, $\text{rang } A = m \Leftrightarrow A^+A = \text{Id}$

Aufgabe 41: [H] Sei

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -t & 1 \\ 1 & t & 1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Lösen Sie das Optimierungsproblem

$$\|Ax - b\| \rightarrow \min, \quad \|x\| \rightarrow \min$$

in Abhängigkeit vom reellen Parameter t .

Aufgabe 42: [M] Bezeichne \mathcal{Z} die Menge der zyklischen $(n \times n)$ -Matrizen und

$$S = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & & 0 \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \in \mathcal{Z}$$

die Shift-Matrix. Zeigen Sie

- $A, B \in \mathcal{Z} \Rightarrow AB = BA$.
- $A \in \mathcal{Z} \Leftrightarrow SA = AS$.
- $A \in \mathcal{Z}, \det A \neq 0 \Rightarrow A^{-1} \in \mathcal{Z}$.

Aufgabe 43: [P] Schreiben Sie zwei Matlab-Programme

$$\hat{a} = \text{DFT}(a), \quad a = \text{IDFT}(\hat{a}),$$

wobei \hat{a} die diskrete Fourier-Transformierte von a ist.