



9. Übungsblatt zur Mathematik III für MB, WI/MB, MPE, AngMech

Gruppenübung

Aufgabe G1

- (a) Sei $\lambda_1 = 2 + 2i$ ein Eigenwert und $\vec{v}_1 = (1, 1 + i)^T$ ein zugehöriger Eigenvektor der Matrix eines Systems erster Ordnung. Schreiben Sie einen weiteren Eigenwert mit einem dazugehörigen Eigenvektor auf!
- (b) Kreuzen Sie an, für welche A , \vec{v} und \vec{h} die folgende Aussage zutrifft: Die Matrix A hat den Eigenvektor \vec{v} und der Vektor \vec{h} ist der zu \vec{v} zugehörige Hauptvektor zweiter Stufe der Hauptvektorkette.

$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \vec{h} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$

$A = \begin{pmatrix} 2 & -9 \\ 1 & 8 \end{pmatrix}, \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{h} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$

$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{h} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$

$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{h} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}.$

(c) Kreuzen Sie an, welche der folgenden Vektorpaare ein Fundamentalsystem eines homogenen Differenzialgleichungssystems erster Ordnung bilden können.

- $\begin{pmatrix} e^t \\ e^{5t} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} e^t \\ 5e^{5t} \end{pmatrix}.$
- $\begin{pmatrix} e^{-5t} \\ 5e^{-5t} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5e^{-5t} \\ 5e^{-5t} \end{pmatrix}.$
- $\begin{pmatrix} e^{-t} \\ e^{-t} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5e^{-t} \\ 5e^{-t} \end{pmatrix}.$
- $\begin{pmatrix} e^t \\ 5e^t \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} e^{-t} \\ 5e^{-t} \end{pmatrix}.$
- $\begin{pmatrix} e^t \\ 5e^t \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5e^{-t} \\ e^{-t} \end{pmatrix}.$

Aufgabe G2

Bestimmen Sie die Lösung des folgenden Anfangswertproblems mit Hilfe der Laplace-Transformation:

$$y'' + 4y = 0, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 1.$$

Aufgabe G3

Lösen Sie mit Hilfe der Laplace-Transformation das Anfangswertproblem bestehend aus dem System

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 - 3y_1 - 3y_2 &= t \\ \dot{y}_2 + y_1 + y_2 &= 1 \end{aligned}$$

und den Anfangswerten $y_1(0) = y_2(0) = 0$.

Aufgabe G4

Berechnen Sie die Partialbruchzerlegung von

$$\frac{2s^2 + 2s + 2}{(s + 1)^2(s^2 + 1)}.$$

Hausübung

Aufgabe H1

Berechnen Sie die Laplace-Transformierten folgender Funktionen:

(a) $f(t) = \sinh t - \sin t$

(b) $f(t) = (t - 1)^2 e^{-2t}$

Aufgabe H2

Lösen Sie das folgende lineare Anfangswertproblem mit Hilfe der Laplace-Transformation:

$$\ddot{y} + 3\dot{y} + 2y = e^t, \quad y(0) = 1, \quad \dot{y}(0) = 0$$

Aufgabe H3

Lösen Sie das folgende AWP mit Hilfe der Laplace-Transformation:

$$y'' + 2y' + y = 2 \cos t, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 2.$$

Abgabe: **16.01.2009** in der jeweiligen Gruppenübung