

Fachbereich Mathematik  
Prof. Dr. M. Kiehl  
Dr. M. Geißert  
S. Ullmann



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

WS 2008  
21.11.2008

## 5. Übungsblatt zur Mathematik III für MB, WI/MB, MPE, AngMech

### Gruppenübung

#### Aufgabe G1

Formen Sie die Differentialgleichung

$$y^{(4)} + 2y''' + 3y = 4$$

in ein System von Differentialgleichungen erster Ordnung um. Schreiben Sie das System in Matrixform auf.

#### Aufgabe G2

Gegeben sei die inhomogene Differentialgleichung 2. Ordnung  $L(y) = 12x$  für  $x > 0$  mit

$$L(y) := -3y'' - \frac{3}{x}y' + \frac{3}{x^2}y.$$

- a) Zeigen Sie, dass die Funktionen  $y_1(x) = 4x$  und  $y_2(x) = \frac{1}{x}$  ein Fundamentalsystem zu  $L(y) = 0$  bilden.

- b) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des inhomogenen Problems mit der Methode der Variation der Konstanten.

### Aufgabe G3

Lösen Sie das System

$$\begin{aligned}y_1' &= y_2 + y_3 \\y_2' &= y_1 + y_3 \\y_3' &= y_1 + y_2\end{aligned}$$

durch Bestimmung der Eigenwerte und Eigenvektoren der zugehörigen Matrix.

### Aufgabe G4

Bestimmen Sie ein Fundamentalsystem für die DGL

$$y^{(6)} - 2y^{(3)} + y = 0 ,$$

und für

$$y^{(4)} - 4y^{(3)} + 9y'' - 10y' = 0 .$$

## Hausübung

### Aufgabe H1

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des Systems

$$\begin{aligned}y_1' &= y_1 + y_2 + y_3 \\y_2' &= y_1 - y_2 + y_3 \\y_3' &= y_1 + y_2 - y_3 .\end{aligned}$$

### Aufgabe H2

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der folgenden DGLn:

- $y^{(3)} - y'' = y - y'$ ,
- $y''' - 4y'' + 5y' - 2y = 0$ ,
- $y^{(4)} - 2y^{(3)} + y'' = 0$ .

### Aufgabe H3

Bestimmen Sie die Lösung des Systems

$$\ddot{x}_1 = 10x_1 + 4x_2$$

$$\ddot{x}_2 = 9x_1 + 10x_2$$

mittels Aufstellung eines Systems erster Ordnung und Bestimmung der Eigenwerte und Eigenvektoren.

Hinweis: Um den Rechenaufwand bei der Bestimmung der Eigenwerte und Eigenvektoren geringer zu halten, dürfen Sie gerne auch einen Rechner zur Hilfe nehmen.

### Aufgabe H4

Zeigen Sie, dass die Monomfunktionen  $y_i(x) = x^i$  für  $i = 0, 1, 2, 3$  linear unabhängig sind.

Abgabe: **28.11.2008** in der jeweiligen Gruppenübung