

Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. M. Kiehl
Dr. M. Geißert
S. Ullmann



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

WS 2008
31.10.2008

2. Übungsblatt zur Mathematik III für MB, WI/MB, MPE, AngMech

Gruppenübung

Aufgabe G1

- (a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y' = 1 - \sin^2\left(\frac{y}{x}\right) + \frac{y}{x}.$$

- (b) Lösen Sie das folgende Anfangswertproblem

$$y' = \frac{y^2 + x^2}{xy}, \quad x > 0, \quad y(2) = 4.$$

Hinweis: Verwenden Sie die Substitution $z(x) = \frac{y(x)}{x}$ (Ähnlichkeitsdifferentialgleichung).

Aufgabe G2

Es sei $I := [0, \infty]$. Weiter sei A die Aussage: $f(x, y)$ erfüllt eine Lipschitzbedingung in y auf dem Intervall I . Kreuzen Sie die richtigen Aussage an.

	A ist wahr	A ist falsch
$f(x, y) = x^2 \cdot y$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$f(x, y) = \frac{1}{1+x^2} \cdot y$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$f(x, y) = \frac{1}{1-x} \cdot y$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$f(x, y) = \frac{1}{1+x^2} \cdot y^2$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$f(x, y) = x^2 + 2y$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Aufgabe G3

Überprüfen Sie, ob die folgenden DGLs exakt sind und integrieren Sie diese gegebenenfalls.

(a) $y \, dt + t \, dy = 0, \quad (t, y) \in D = \mathbb{R}^2$

(b) $-\left(y + \frac{1}{t-1}\right) dt + (2y - t) dy, \quad (t, y) \in D =]-1, 1[\times \mathbb{R}$

Aufgabe G4

Man integriere die folgende Differentialgleichung, indem man sie durch Bestimmung eines integrierenden Faktors $M(t, y)$ in eine exakte Differentialgleichung überführt.

$$3y^2 \, dt + 2ty \, dy = 0 \quad , \quad t, y > 0$$

Hausübung

Aufgabe H1

Bestimmen Sie für $\Phi : [0, 1]^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ mit

$$\Phi(x, y) = \left(\begin{array}{c} \frac{1}{10}(-2x^3 + y^4 + 2) \\ \frac{1}{25}(x^3 + xy + 2y^2 - 5) \end{array} \right)$$

eine Lipschitzkonstante.

Aufgabe H2

Gegeben sei die Bernoullische Differentialgleichung

$$e^x y' = -\frac{1}{3}e^x y - \frac{1}{3}y^4.$$

- (a) Transformieren Sie diese Differentialgleichung in eine lineare Differentialgleichung.
- (b) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung.

Aufgabe H3

Man integriere die folgende Differentialgleichung, indem man sie durch Bestimmung eines integrierenden Faktors $M(t, y)$ in eine exakte Differentialgleichung überführt.

$$(1 + y) dt - t dy = 0 \quad , t, y > 0$$

Aufgabe H4

Bestimmen Sie alle Lösungen der linearen Differentialgleichung

$$y' - \frac{x}{1+x^2}y = 2\sqrt{1+x^2}.$$

Abgabe: **07.11.2008** in der jeweiligen Gruppenübung