Fachbereich Mathematik
PD Dr. P. Neff
Dipl.-Phys. M. Hofmann-Kliemt

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

WS 2006/2007
5/8.2.2007

14. Übungsblatt zur Mathematik I für Chemie und LaB

Gruppenübung

Aufgabe G1

Es sei $n \in \mathbb{N}_0$ eine natürliche Zahl. Bestimmen Sie die Stammfunktionen von

(a) $G(x) = \int x \ \cos(nx)\ dx$ und
(b) $H(x) = \int x \ \sin(nx)\ dx$.

Behandeln Sie den Fall $n = 0$ getrennt.

Aufgabe G2

Betrachten Sie die 2π-periodische Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, welche auf dem Intervall $[0, 2\pi)$ durch

$$f(x) = x - \pi$$

definiert ist.

(a) Skizzieren Sie die Funktion f auf dem Intervall zwischen -10 und 10.
(b) Welche Symmetrien besitzt die Funktion f?
(c) Berechnen Sie die Fourierreihe von f.

Zur Erinnerung, die Formel für die Fourierreihe einer 2π-periodischen Funktion lautet

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(nt) + b_n \sin(nt)\ )$$

mit

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \cos(nx)\, dx,$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \sin(nx)\, dx.$$

Hausübung

Aufgabe H1

Betrachten Sie die Cosinusfunktion

$$f(x) = \cos(x).$$

(a) Berechnen Sie die Taylorreihe der Cosinusfunktion $f(x) = \cos(x)$ an der Stelle $x_0 = 0$ bis zur vierten Ordnung.

(b) Veranschaulichen Sie sich graphisch, wie die Cosinusfunktion durch ihre Taylorreihe an der Stelle $x_0 = 0$ approximiert wird. Skizzieren Sie dazu in einem kartesischen Koordinatensystem im Intervall $[-10, 10]$

   i. die konstante Funktion $t_0(x) = 1$,
   ii. die Parabel $g(x) = -\frac{1}{2}x^2$,
   iii. die Näherung von $\cos(x)$ bis zur 2.Ordnung $t_2(x) = t_0(x) + g(x) = 1 - \frac{1}{2}x^2$,
   iv. die Funktion $h(x) = \frac{1}{24}x^4$ und
   v. die Näherung von $\cos(x)$ bis zur 4.Ordnung $t_4(x) = t_0(x) + g(x) + h(x) = 1 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{24}x^4$.