



## 8. Übungsblatt zur Mathematik I für Chemie und LaB

### Gruppenübung

#### Aufgabe G1

Berechnen Sie den Grenzwert

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \ln x.$$

#### Aufgabe G2

Zeigen Sie, daß die Reihe

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^3}$$

konvergiert.

#### Aufgabe G3

Zeigen Sie, daß die Reihe

$$1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{11} - \frac{1}{13} + \dots$$

konvergiert.

#### Aufgabe G4

Berechnen Sie

$$(\arctan x)'$$

mit Hilfe der Formel für die Ableitung der Umkehrfunktion.

#### Aufgabe G5 (Fibonacci-Folge)

Wir definieren die Fibonacci-Folge  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$  rekursiv durch  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = 1$  und  $a_{n+2} = a_n + a_{n+1}$ .

(a) Zeigen daß

$$\frac{1}{2} \left( \frac{3}{2} \right)^n \leq a_n$$

für alle  $n \in \mathbb{N}_0$  gilt. Zeigen sie dies für  $n = 0$  und für  $n = 1$  einzeln und für  $n > 1$  durch vollständige Induktion.

(b) Zeigen Sie, daß die Reihe

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{a_n}$$

konvergiert.

### Hausübung

#### Aufgabe H1

Berechnen Sie

(a)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$  und

(b)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \dots$

#### Aufgabe H2

Berechnen Sie

$$(\arcsin x)'$$

mit Hilfe der Formel für die Ableitung der Umkehrfunktion.

#### Aufgabe H3

Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte.

(a)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x^{n+1}}{1 - x}$ .

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ .

(c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$ .

(d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sin 3x}$ .

(e)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cosh x - 1}{x^2}$ .

#### Aufgabe H4 (\*)

Berechnen Sie

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \frac{1}{99} + \frac{1}{143} + \dots$$