



## 7. Übungsblatt zur Mathematik I für Chemie und LaB

### Gruppenübung

#### Aufgabe G1

Betrachten Sie die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $D(f) = \mathbb{R}$  und  $f(x) = \sin x$ . Berechnen Sie die Ableitung von  $f$  an der Stelle  $x_0 \in \mathbb{R}$ , indem Sie den Differenzenquotienten aufstellen und einen Grenzübergang vornehmen.

**Hinweise:**

- (a)  $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2}$
- (b)  $-\sin(\alpha) = \sin(-\alpha)$
- (c)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(\frac{h}{2})}{\frac{h}{2}} = 1$

#### Aufgabe G2

(a) Bestimmen Sie die Ableitung folgender Funktionen mit Hilfe der Ableitungsregeln:

- (i)  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) = e^{\sin x}$  für  $x \in D(f) = \mathbb{R}$
- (ii)  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $g(x) = \frac{2}{x^3} + \frac{4}{x^2} - 3 + 5x$  für  $x \in D(g) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
- (iii)  $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $h(x) = \sqrt{1 + \cos^2(x)}$  für  $x \in D(h) = \mathbb{R}$

(b) Berechnen Sie die Ableitung von

$$k : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ mit } k(x) = \frac{1}{x} \text{ für } x \in D(k) := \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

mit Hilfe der Definition von Differenzierbarkeit.

#### Aufgabe G3

Betrachten Sie die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $D(f) = \mathbb{R}$  und  $f(x) = \sin(2x)$ . Berechnen Sie

- (a)  $f'(x)$ ,
- (b)  $f''(x)$ ,
- (c)  $f'''(x)$ ,

- (d)  $f^{(4)}(x)$ ,
- (e)  $f^{(10)}(x)$ .

### Hausübung

#### Aufgabe H1

(a) Bestimmen Sie die Ableitung folgender Funktionen mit Hilfe der Ableitungsregeln:

- (i)  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x + 2}$  für  $x \in D(f) = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$
- (ii)  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $g(x) = x^4 e^x$  für  $x \in D(g) = \mathbb{R}$
- (iii)  $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $h(x) = \sin^2(x^3 + \cos(x^2))$  für  $x \in D(h) = \mathbb{R}$

(b) Berechnen Sie die Ableitung von

$$k : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ mit } k(x) = x|x| \text{ für } x \in D(k) := \mathbb{R}$$

mit Hilfe der Definition von Differenzierbarkeit.

#### Aufgabe H2

Es sei

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ mit } f(x) = \begin{cases} x^2 \sin(\frac{1}{x}), & x \neq 0 \\ a, & x = 0. \end{cases}$$

für  $x \in D(f) := \mathbb{R}$ .

- (a) Bestimmen Sie  $a \in \mathbb{R}$  so, dass  $f$  stetig ist.
- (b) Untersuchen Sie, ob mit dieser Wahl von  $a$  die Funktion  $f$  sogar differenzierbar ist und bestimmen Sie gegebenenfalls die Ableitungsfunktion  $f'$ .
- (c) Ist  $f'$  stetig auf  $\mathbb{R}$ ?