



3. Übungsblatt zur Mathematik I für Chemie und LaB

Gruppenübung

Aufgabe G1

Sind folgende Funktionen surjektiv? Sind sie injektiv? Begründen Sie Ihre Antwort! Bestimmen Sie, falls möglich, die Umkehrfunktion.

- (a) $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ mit $f(z) = 3z$ für $z \in D(f) = \mathbb{Z}$
- (b) $g : \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty[$ mit $g(x) = |x - 1|$ für $x \in D(g) = \mathbb{R}$
- (c) $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $h(x) = 3x$ für $x \in D(h) = \mathbb{R}$

Aufgabe G2

Beweisen Sie die *umgekehrte Dreiecksungleichung*:

$$||x| - |y|| \leq |x - y|.$$

Aufgabe G3

Bestimmen Sie die Menge

$$M := \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{|x + 5|}{4 - |x|} \leq 2 \right\}.$$

Hausübung

Aufgabe H1

Zeigen Sie für $a, b \in \mathbb{R}$ die Aussage

$$|a| + |b| \leq |a + b| + |a - b|.$$

Aufgabe H2

Bestimmen Sie alle reelle Zahlen, für welche die folgende Ungleichung gilt.

$$x + 1 \leq 2|x| \leq x + 2.$$

Aufgabe H3

Untersuchen Sie die Funktionen

$$\begin{aligned}f_1 & : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto 3x + 29, \\f_2 & : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto 3x + 29, \\g_1 & : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} : x \mapsto x^2 \quad \text{und} \\g_2 & : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}_0 : x \mapsto x^2\end{aligned}$$

auf Injektivität, Surjektivität und Bijektivität und geben Sie jeweils das Bild der Funktion an. Geben Sie auch die Umkehrfunktion an, falls diese existiert.