Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Stefan Ulbrich
Dipl.-Math. Christian Brandenburg

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

8./9. Feb. 2007

Einführung in die Optimierung, Übung 14

Gruppenübung

G 37 (A) Formulieren Sie die Karush-Kuhn-Tucker-Bedingungen für das Problem

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1^2 + (x_2+1)^2 \\ \text{s.t.} \quad & x_2 \geq e^{x_1}. \end{aligned}$$

Zeigen Sie, dass $x_2^* = e^{x_1^*}$ und $-2 < x_1^* < 0$ gilt, falls x^* ein lokaler Minimalpunkt ist.

(B) Betrachten Sie das Problem

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) = -x_1 \\ \text{s.t.} \quad & x_1^2 + x_2^2 \leq 1 \\ & (x_1 - 1)^3 - x_2 \leq 0. \end{aligned}$$

Zeigen Sie, dass in $x^* = (1, 0)$ die *Constraint Qualification* gilt, sowie dass x^* ein KKT-Punkt und eine globale Optimallösung ist.

G 38 Betrachten Sie das quadratische Optimierungsproblem

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1^2 + x_2^2 \\ \text{s.t.} \quad & (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 \leq 1 \\ & (x_1 - 1)^2 + (x_2 + 1)^2 \leq 1. \end{aligned}$$

(a) Skizzieren Sie die zulässige Menge und die Niveaulinien der Zielfunktion. Bestimmen Sie grafisch die Optimallösung x^*.

(b) Formulieren Sie die Karush-Kuhn-Tucker-Bedingungen für das Problem. Gibt es Lagrange-Multiplikatoren λ_1^* und λ_2^*, die beweisen, dass x^* optimal ist?

G 39 Betrachten Sie das quadratische Problem

$$\begin{array}{lrcrcr} \min & \multicolumn{5}{l}{\frac{1}{2}x_1^2 + x_2^2 + x_1 x_2} \\ \text{s.t.} & x_1 & + & x_2 & \leq & 2, \\ & -x_1 & - & x_2 & \leq & -1, \\ & -x_1 & & & \leq & 0, \\ & & - & x_2 & \leq & 0. \end{array}$$

Lösen Sie dieses Problem mit der Strategie der aktiven Menge, wobei Sie als Startpunkt $x^0 = (1, 1)$ verwenden. Skizzieren Sie die zulässige Menge und zeichnen Sie die Iterationspunkte x^k ein.

Wir bedanken uns für Ihr Interesse und wünschen erholsame Semesterferien!

Stefan Ulbrich Christian Brandenburg

Christine Schönberger Adrian Sichau Stephan Petsch