Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Stefan Ulbrich
Dipl.-Math. Christian Brandenburg

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

7./8. Dez. 2006

Einführung in die Optimierung, Übung 7

Die Abgabe von Hausübung H15 ist auf nächste Woche verlängert!

Gruppenübung

G 20 Gegeben sei das LP

$$\begin{array}{lrcrcl} \min & -x_1 & - & x_2 & & \\ \text{s.t.} & x_1 & - & x_2 & \leq & 2 \\ & -2x_1 & + & x_2 & \leq & 1 \\ & & & x_1, x_2 & \geq & 0 \end{array}$$

(a) Wandeln Sie das Problem in Standardform um, bestimmen Sie alle Basislösungen und berechnen Sie für die zulässigen Basislösungen den dazugehörigen Zielfunktionswert.

(b) Ist dieses LP lösbar? Falls ja, geben Sie die Optimallösung an.

G 21 Seien $P = P(A, b)$ ein Polyeder und $F = \{x \in P \mid c^T x = \gamma\}$ eine nicht-leere Seitenfläche von P. Dann gilt:

$$\text{eq}(F) = \{i \in M \mid \exists u \geq 0, u_i > 0 : u^T A = c^T, u^T b = \gamma\}.$$

Lösungshinweis: Betrachten Sie das lineare Programm $\max\{c^T x \mid Ax \leq b\}$. Dann ist F die Menge der Optimallösungen von LP. Verwenden Sie die Sätze vom komplementären Schlupf.

G 22 Gegeben sei das Hängegerüst wie in Abb. 1. Die Kabel 1 und 2 können je 300kg Last, die Kabel 3 und 4 je 100kg und die Kabel 5 und 6 jeweils 50kg Last tragen. Unter Vernachlässigung des Gewichts der Kabel und der Bohlen soll das maximal zulässige Gesamtgewicht $y_1 + y_2 + y_3$ für die Lasten gefunden werden.

(a) Formulieren Sie dieses Problem als lineares Programm.

(b) Stellen Sie das dazugehörige duale lineare Programm auf und diskutieren Sie seine Bedeutung.

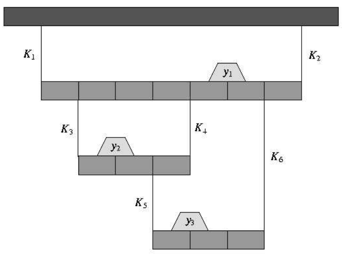

Abbildung 1: Zu G21.

Hausübung

H 16 (5 Punkte)

Gegeben sei das lineare Optimierungsproblem

$$\begin{array}{ll} \min & c^T x \\ \text{s.t.} & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{array}$$

Zeigen Sie: *Besitzt das obige LP eine nicht-degenerierte optimale Basislösung, so besitzt das dazu duale LP eine eindeutige Optimallösung.*

H 17 (5 Punkte)

Gegeben sei das folgende lineare Problem

$$(P) \qquad \begin{array}{lrcrcrcrcrcl} \max & 7x_1 & + & 6x_2 & + & 5x_3 & - & 2x_4 & + & 3x_5 & & \\ \text{s.t.} & x_1 & + & 3x_2 & + & 5x_3 & - & 2x_4 & + & 2x_5 & \leq & 4 \\ & 4x_1 & + & 2x_2 & - & 2x_3 & + & x_4 & + & x_5 & \leq & 3 \\ & 2x_1 & + & 4x_2 & + & 4x_3 & - & 2x_4 & + & 5x_5 & \leq & 5 \\ & 3x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & - & x_4 & - & 2x_5 & \leq & 1 \\ & & & & & & & & & x_1, \ldots, x_5 & \geq & 0 \end{array}$$

(a) Formulieren Sie das duale Problem zu (P).

(b) Prüfen Sie mit Hilfe des Satzes vom komplementären Schlupf, ob $\bar{x} = (0, \frac{4}{3}, \frac{2}{3}, \frac{5}{3}, 0)^T$ eine Optimallösung von (P) ist.