Fachbereich Mathematik
Prof. K. Große-Brauckmann
Yong He
18.10.2006

TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

# 1. Tutorium zu Analysis I

**Aufgabe 1 – Abbildungen:**

Stellen Sie fest, ob folgende Zuordnungsvorschriften Abbildungen definieren. Prüfen Sie ggf. auf Injektivität/Surjektivität/Bijektivität.

a) $f$ : {alle Studierenden der TUD}$\rightarrow${alle gültigen Matrikelnummern der TUD} mit $f$(Student)= seine Matrikelnummer.

b) $f$ : {alle gültigen Handynummern}$\rightarrow${alle Handybenutzer} mit $f$(Handynummer)= seiner Besitzer.

c) $f : X \to Y$, $x \mapsto x^n$, wobei $n \in \mathbb{N}$ , $X = \mathbb{R}$ und $Y = \mathbb{R}$.

d) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto \{t \in \mathbb{R} : t^2 = x\}$.

**Aufgabe 2 – Peano-Axiome:**

Entscheiden Sie, ob die folgenden Mengen jeweils die Peano-Axiome erfüllen.

a) $\{x \in \mathbb{R} : x > 0\}$ mit $s(x) = x + 1$.

b) Die dreielementige Menge $\{1, 2, 3\}$ mit $2 = s(1)$, $3 = s(2)$, $1 = s(3)$.

c) Die Menge der Primzahlen $P := \{p_1 = 2, p_2 = 3, p_3 = 5, \ldots\}$ mit $s(p_n) = p_{n+1}$.

**Aufgabe 3 – Rekursive Definitionen:**

Geben Sie die rekursiven Definitionen an für:

a) Addition natürlicher Zahlen $\mathbb{N}$.

b) $\sum_{k=1}^{n} a_k$

**Aufgabe 4 – Induktive Beweise:**

a) Beweisen Sie durch Induktion: $1 + 2^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ für alle $n \in \mathbb{N}$.

b) Beweisen Sie durch Induktion: $7 \mid 8^n + 28n - 1$ ( $\mid$ steht für teilt) für alle $n \in \mathbb{N}$.