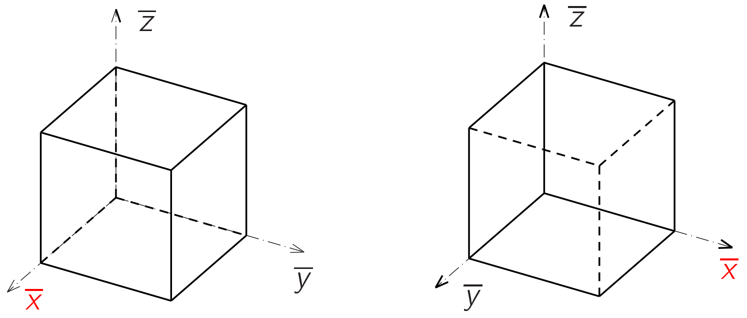


Abbildung 2.3: Sichtbarkeit und Achsenorientierung

Aufgabe 2.1 *Stelle axonometrische Bilder eines Hauses her (Abb. 2.4).*

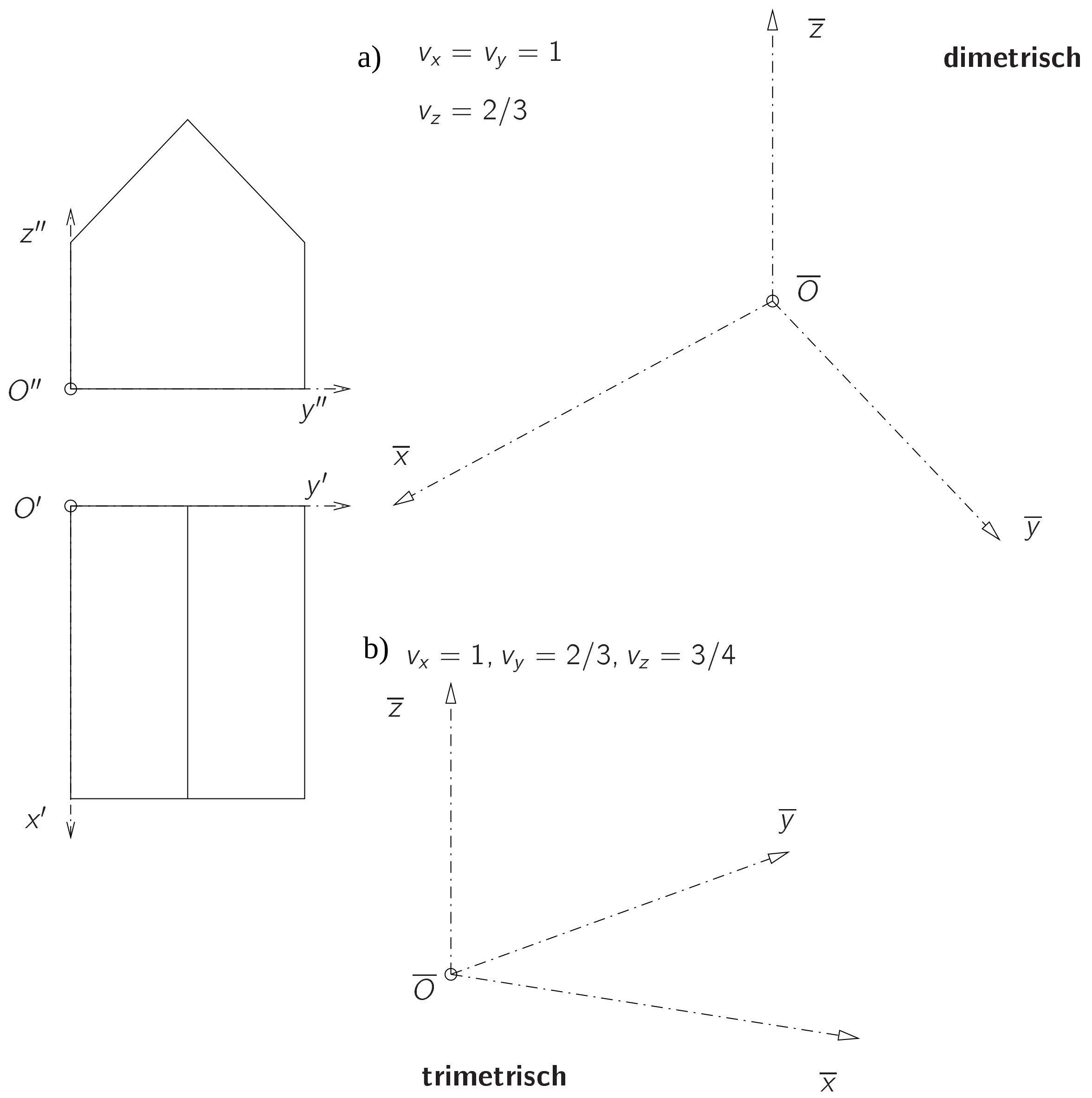


Abbildung 2.4: Axonometrien eines Hauses

2.2 Spezielle Axonometrien

2.2.1 Vogel– und Kavalierperspektive

(s. LEO S.70,71)

Die Herstellung eines axonmetrischen Bildes eines Gegenstandes ist besonders einfach, wenn Verzerrungsverhältnisse **1** sind. Deshalb treffen wir in diesem Abschnitt die folgende **Vereinbarung**:

$\boxed{\text{Eine Koordinatenebene sei parallel zur Bildtafel } \pi.}$

In diesem Fall können nicht nur zwei Koordinaten unverzerrt übernommen werden, sondern jede Objektfigur parallel zu der ausgewählten Koordinatenebene hat ein kongruentes Bild.
Man unterscheidet:
(1) **Kavalierperspektive**: Die Bildtafel ist parallel zur x-z– oder y-z–Ebene.
(2) **Vogelperspektive**: Die Bildtafel ist parallel zur x-y–Ebene.

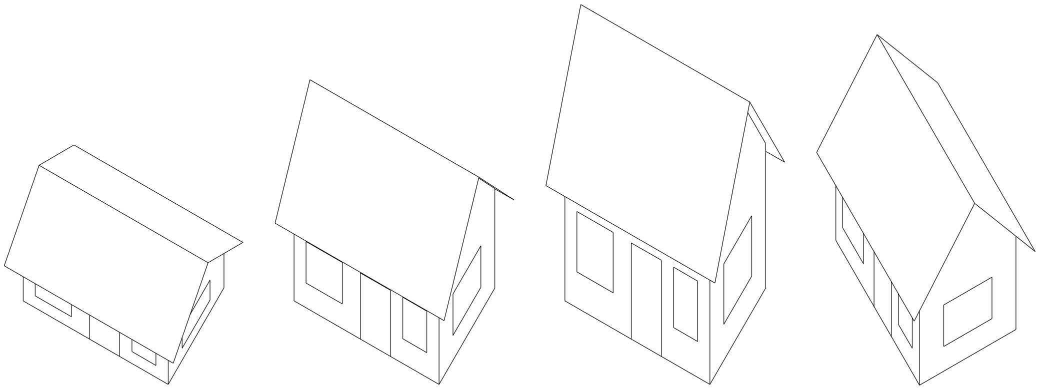


Abbildung 2.5: Vogelperspektiven eines Hauses

Aufgabe 2.2 *Zeichne von dem durch Grund– und Aufriss gegebenen Haus (Abb. 2.6) ein "günstiges" Bild a) in Kavalierperspektive b) in Vogelperspektive.*

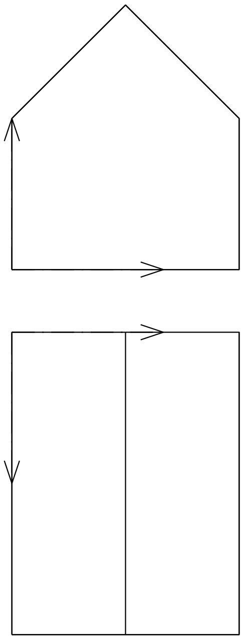
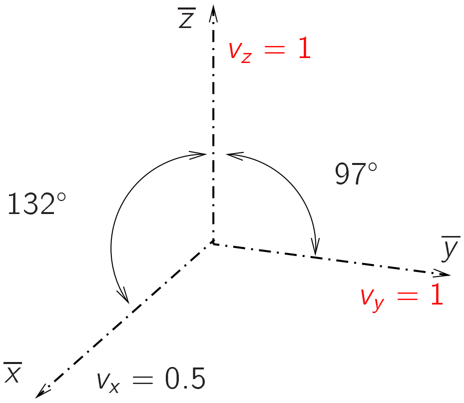


Abbildung 2.6: Kavalier– und Vogelperspektive eines Hauses

2.2.2 Ingenieur–Axonometrie

Bei der Ingenieur–Axonometrie trifft man folgende **Vereinbarung**:

1. Die Verzerrungen sind $v_x = 0.5$, $v_y = v_z = 1$ (dimetrische Axonometrie) .
2. In der Projektion ist der
   Winkel zwischen der z–Achse und der x–Achse 132°,
   Winkel zwischen der z–Achse und der y–Achse 97°.
   (siehe Geodreieck !)



Die **Vorteile** der Ingenieur–Axonometrie sind:

- Das axonometrische Bild ist nahezu eine um den Faktor 1.06 skalierte **senkrechte** Parallelprojektion.
- Die hierzu notwendigen Winkel von 7° und 42° sind auf vielen Geodreiecken markiert.
- Der Umriss einer Kugel ist in guter Näherung ein Kreis.

Aufgabe 2.3 *Zeichne von dem durch Grund– und Aufriss gegebenen Turm (Abb. 2.7) ein axonometrisches Bild in Ingenieur–Axonometrie.*

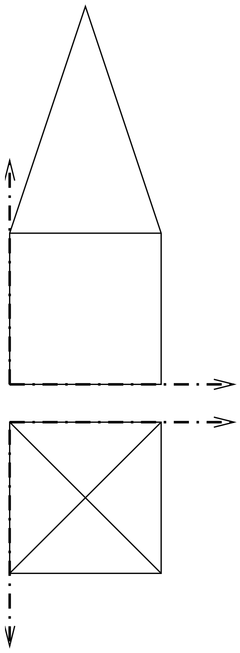


Abbildung 2.7: Aufgabe: Ingenieur–Axonometrie eines Turmes

Bemerkung:
Falls es geeignet erscheint, kann man auch die Winkel und Verzerrungen vertauschen:
a) $v_x = 1$, $v_y = 0.5$,
b) Winkel zwischen z–Achse und x–Achse: 97° und Winkel zwischen z–Achse und y–Achse: 132°.

Aufgabe 2.4 *Stelle ein axonometrisches Bild eines Hauses mit Hilfe des Einschneideverfahrens her (Abb. 2.9).*

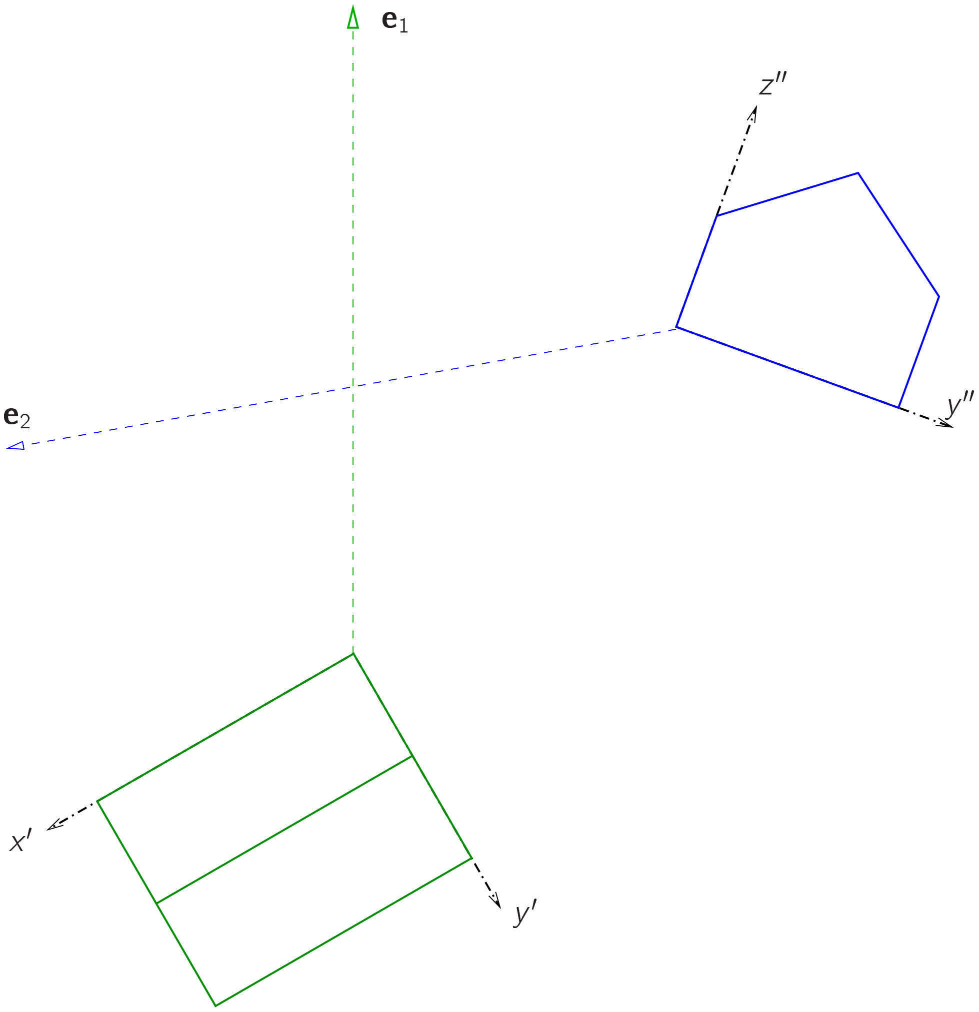


Abbildung 2.9: Einschneideverfahren: Haus

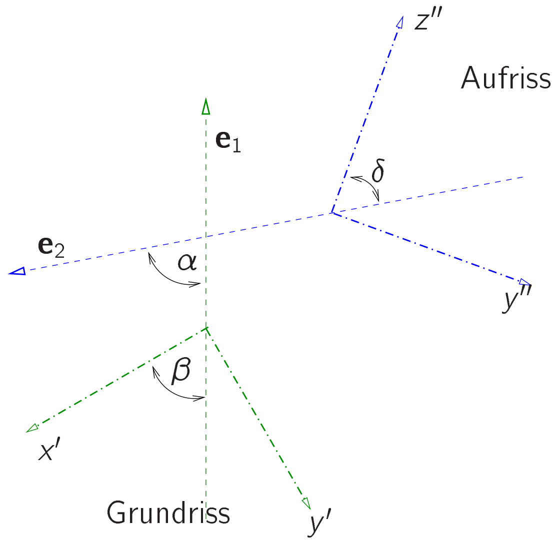


Abbildung 2.10: "Gute" Bilder bei: $\alpha = 50^o ... 90^o, \beta = 5^o ... \alpha, \delta \approx \beta$

2.4 Bemerkungen zur senkrechten Axonometrie

Senkrecht axonometrische Bilder haben eine deutlich bessere Bildwirkung als "beliebige" schiefe axonometrische Bilder. Allerdings muss dafür etwas mehr Vorarbeit geleistet werden. Es können zwar immer noch die Bilder der Achsen frei vorgegeben werden, aber
a) die **Verkürzungen** für die axonometrische Konstruktion und
b) die **Lagen** der Grund– und Aufrisse für das Einschneideverfahren
können nicht mehr beliebig gewählt werden (s. Abschnitt 3.6).

Weitere **Vorteile** der senkrechten Axonometrie sind:
1) Umrisse von Kugeln sind Kreise,
2) Bilder von Kreisen, die zu Koordinatenebenen parallel sind, lassen sich relativ leicht konstruieren (s. Aufgabe **??**).

2.5 Schatten in der Axonometrie

Um den räumlichen Eindruck eines axonometrischen Bildes noch zu verstärken, wollen wir für einfache Fälle Schatten konstruieren.
Wir setzen im axonometrischen Bild den Schattenwurf einer senkrechten Kante bei **parallelem/zentralem** Licht voraus, womit die Lichtrichtung eindeutig festgelegt ist. Um nicht schon Durchstoßpunkte konstruieren zu müssen, betrachten wir hier nur Fälle mit Schatten auf **senkrechten** und/oder **waagrechten** Ebenen.

Idee: Um den Schatten $\tilde{P}$ eines Punktes P auf der *Grundriss*-Ebene zu finden, schneidet man den Lichtstrahl ℓ durch P mit dem Grundriss ℓ' des Lichtstrahls durch den Grundriss P' von P. Bei **parallelem** Licht sind alle Lichtstrahlen parallel, bei **zentralem** Licht gehen alle Lichtstrahlen durch einen Punkt!

2.5.1 Schatten bei parallelem Licht (s. LEO S.172)

Aufgabe 2.5 *Gegeben ist ein axonometrisches Bild eines Hauses und Lichtrichtung ℓ durch den Schattenwurf einer senkrechten Kante. Zeichne den Schatten in das axonometrische Bild (Abb. 2.11).*

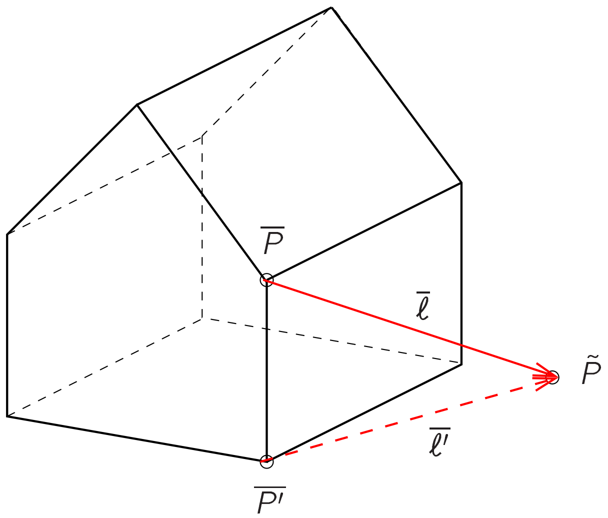


Abbildung 2.11: Schatten eines Hauses bei parallelem Licht

Aufgabe 2.6 *Gegeben ist ein axonometrisches Bild (Kavalierperspektive) zweier Quader und Lichtrichtung ℓ durch den Schattenwurf einer Kante (Abb. 2.12). Zeichne den Schatten.*

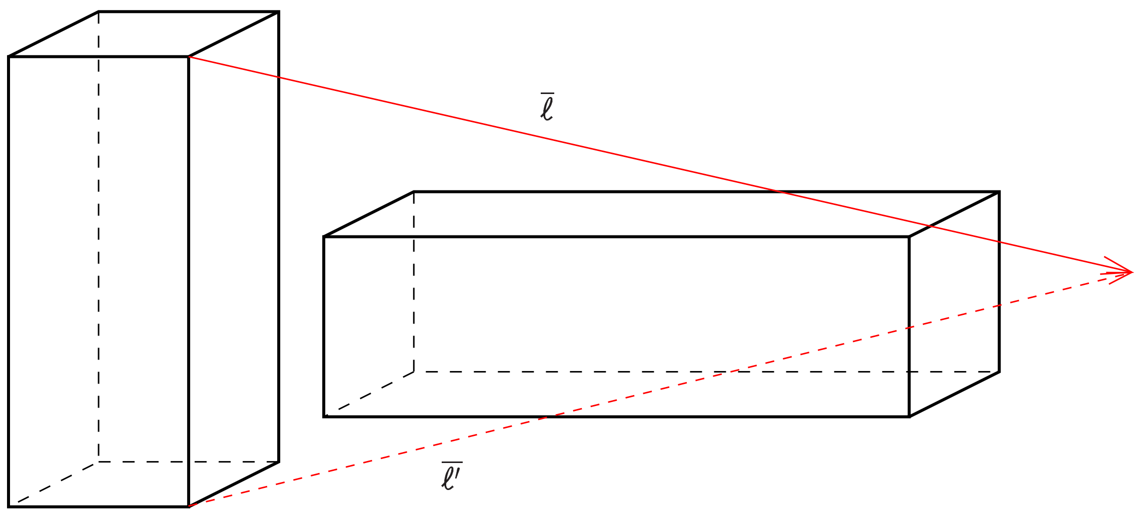


Abbildung 2.12: Schatten zweier Quader bei parallelem Licht

2.5.2 Schatten bei zentralem Licht (s. LEO S.181)

Nun setzen wir Licht voraus, das von einem Punkt (Lampe) ausgeht. Die Lichtquelle ist durch die Position der Lampe L und deren Fußpunkt L' (Grundriss der Lampe in der Standebene des Objektes) eindeutig bestimmt. Die Konstruktion verläuft analog zu der bei parallelem Licht (s. Fig. 2.13).

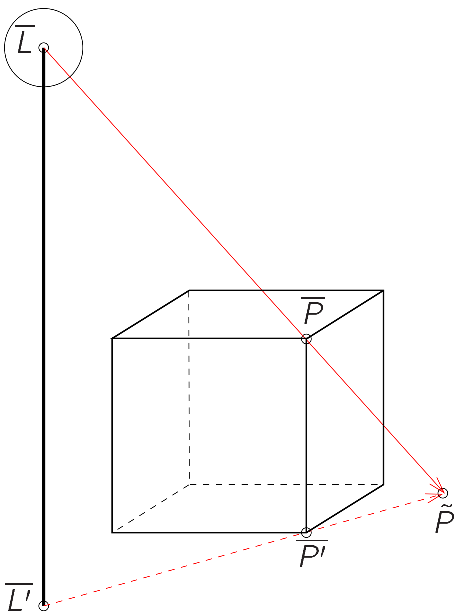


Abbildung 2.13: Schatten eines Quaders bei zentralem Licht

Aufgabe 2.7 *Gegeben ist ein axonometrisches Bild eines Hauses und die Lichtquelle L mit ihrem Grundriss. Zeichne den Schatten in das axonometrische Bild (Abb. 2.14).*

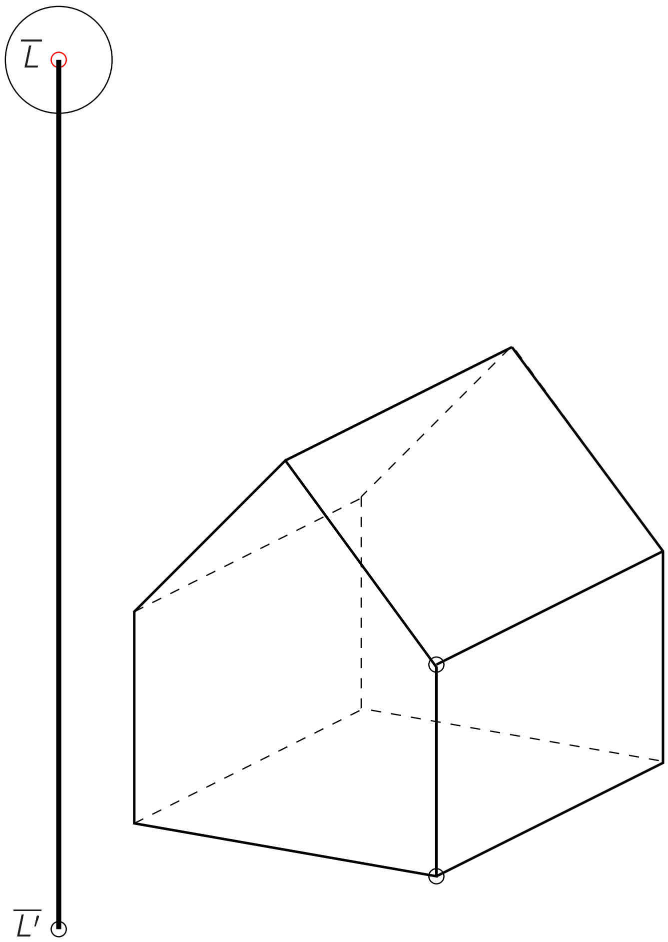


Abbildung 2.14: Schatten eines Hauses bei zentralem Licht

Bemerkung:
Bei komplizierteren Fällen konstruiert man den Schatten zuerst in Grund– und Aufriss.

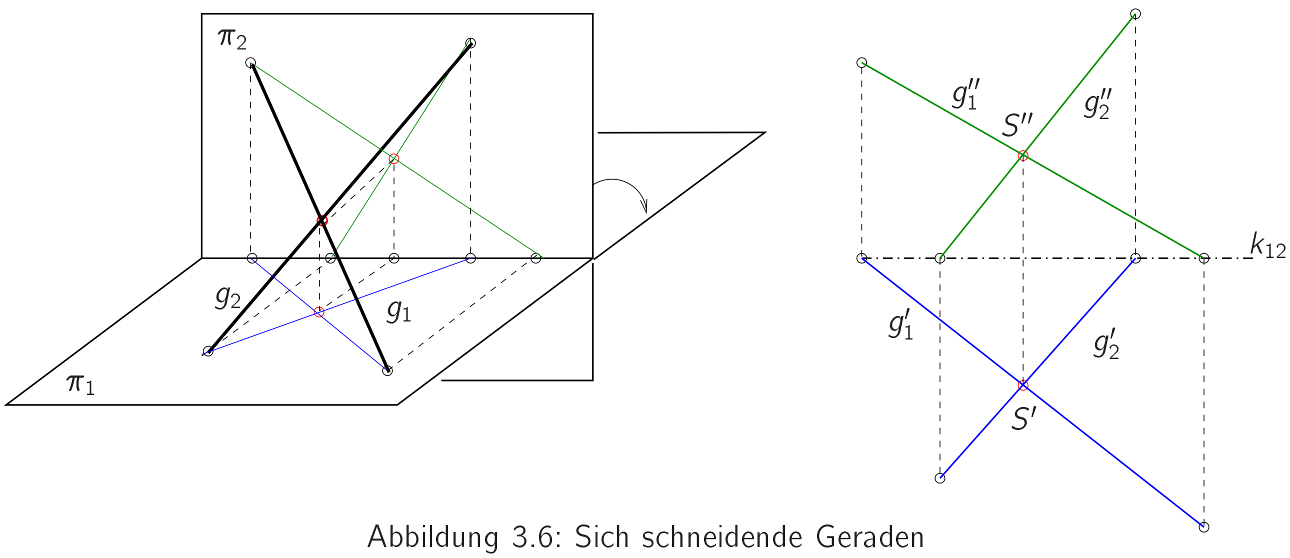


Abbildung 3.6: Sich schneidende Geraden

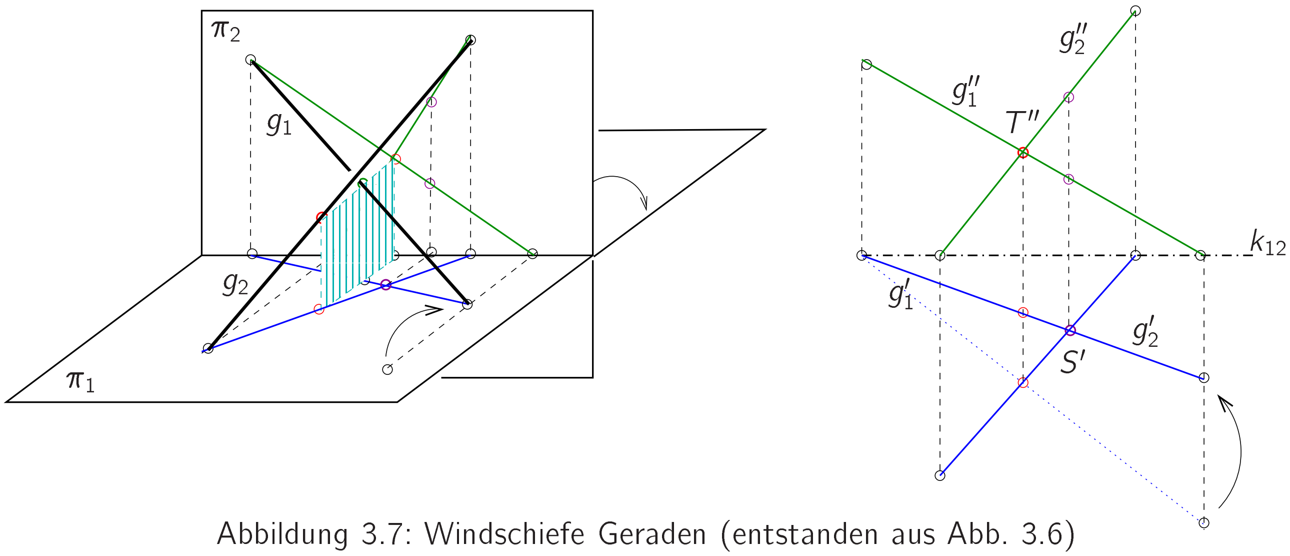


Abbildung 3.7: Windschiefe Geraden (entstanden aus Abb. 3.6)

Aufgabe 3.1 *Liegen die vier in Grund– und Aufriss gegebenen Punkte (Abb. 3.8) in einer Ebene?*

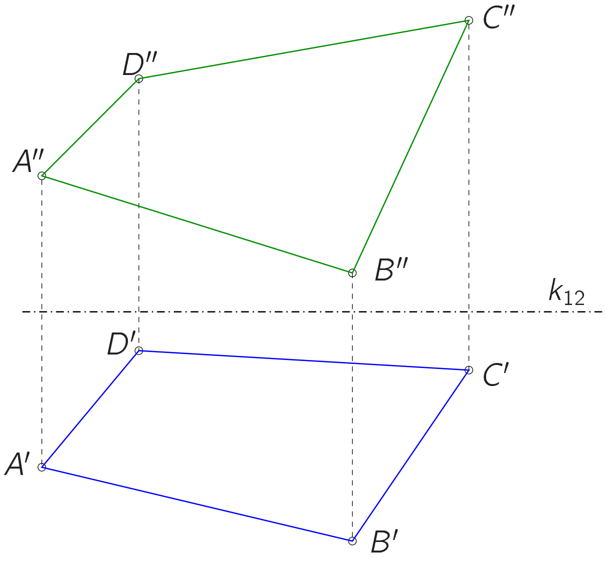


Abbildung 3.8: Ist das Viereck eben?

Aufgabe 3.2 *Durch die Grund– und Aufrisse der Geraden a, b, c, d ist ein Prisma gegeben (Abb. 3.9). Bestimme die Schnittfigur des Prismas mit der Grundrisstafel π_1.*

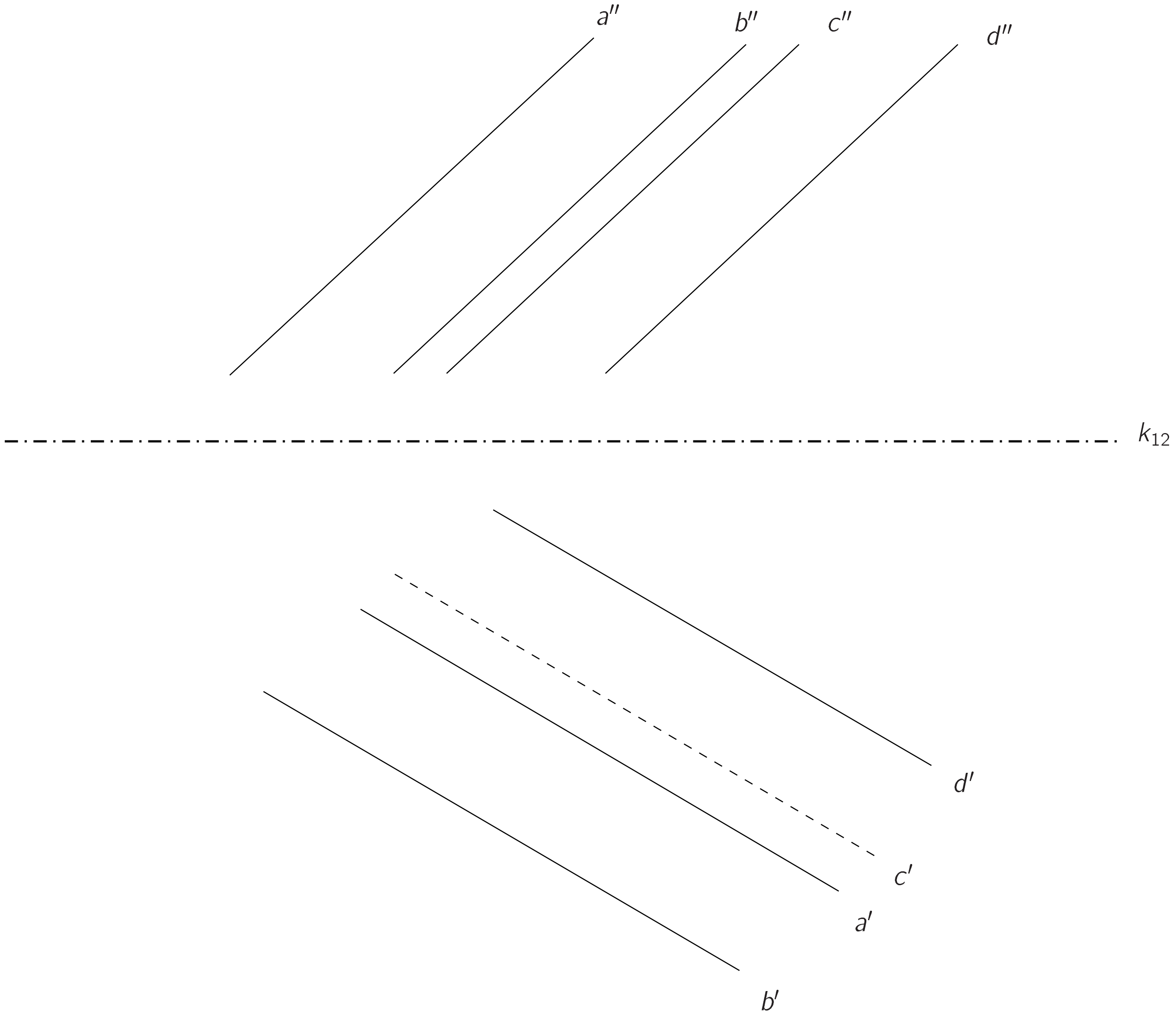


Abbildung 3.9: Grundriss–Spur eines Balkens

Bei sich schneidenden Geraden interessiert oft die wahre Größe des Schnittwinkels. Da ebene Figuren unverzerrt abgebildet werden, wenn sie parallel zur Bildtafel sind, gilt:

Der Schnittwinkel zweier Geraden erscheint in der Risstafel π_i unverzerrt, wenn beide Geraden parallel zu π_i sind.

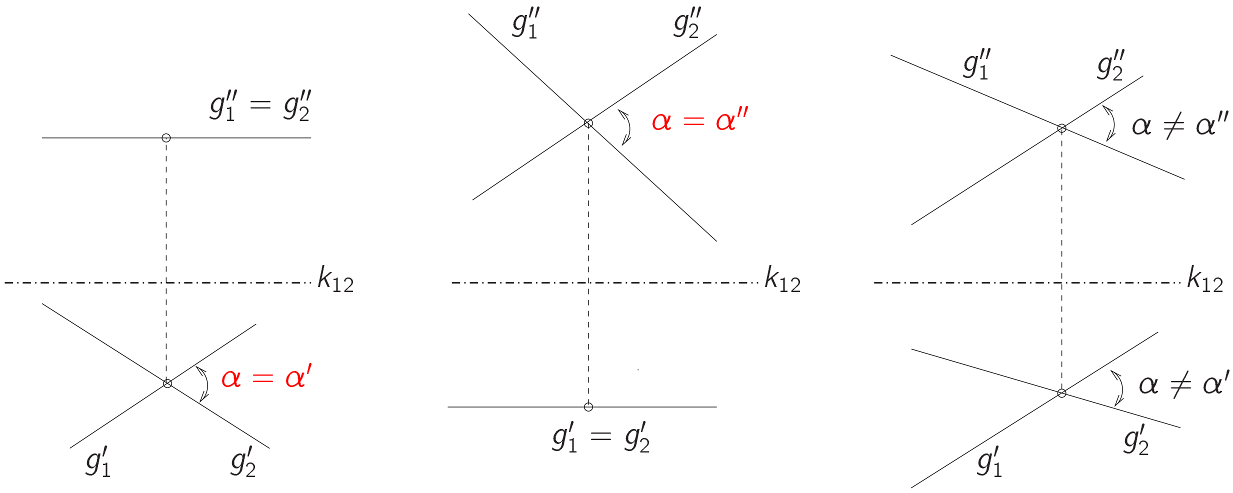


Abbildung 3.10: Winkel schneidender Geraden

Für den rechten Winkel kann die Voraussetzung abgeschwächt werden:

Ein **rechter Winkel** wird in der Risstafel π_i als rechter Winkel abgebildet, wenn (wenigstens) **ein** Schenkel parallel zu π_i ist.

Aufgabe 3.3 *Wo erscheinen in den folgenden Rissen eines Hauses (Abb. 3.11) Winkel in wahrer Größe?*

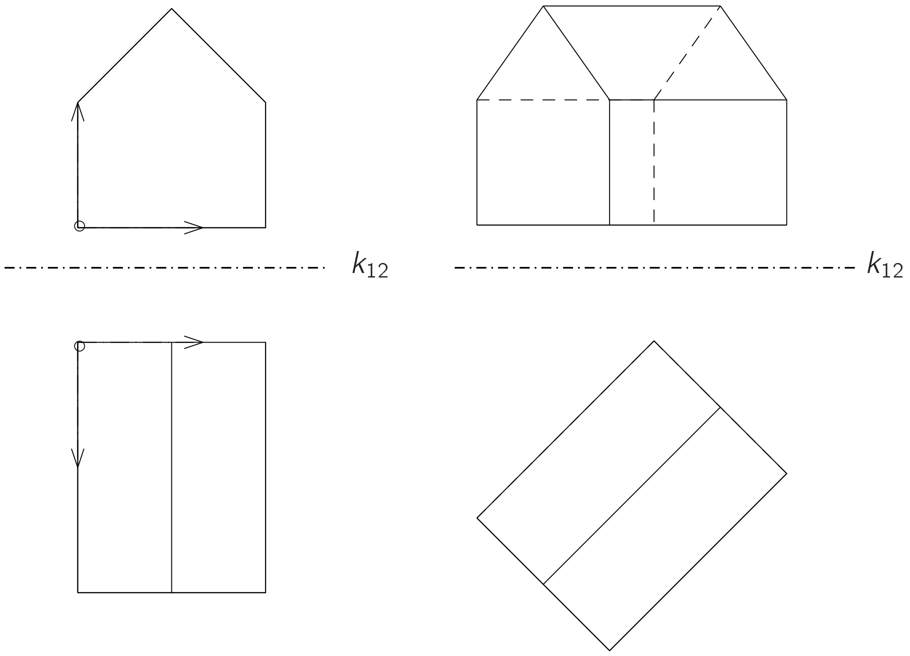


Abbildung 3.11: Wahre Winkel?

3.3 Zweitafelprojektion einer Ebene

(s. LEO S.91)

Eine Ebene kann im Raum festgelegt werden durch
(a) drei Punkte, die nicht auf einer Geraden liegen,
(b) eine Gerade und einen Punkt, der nicht auf der Gerade liegt,
(c) zwei parallele oder sich schneidende Geraden.

Aufgabe 3.4 *Durch die Punkte A, B, C ist eine Ebene ε gegeben (Abb. 3.12). Von einem Punkt $P \in \varepsilon$ ist P'' bekannt. Bestimme P'.*

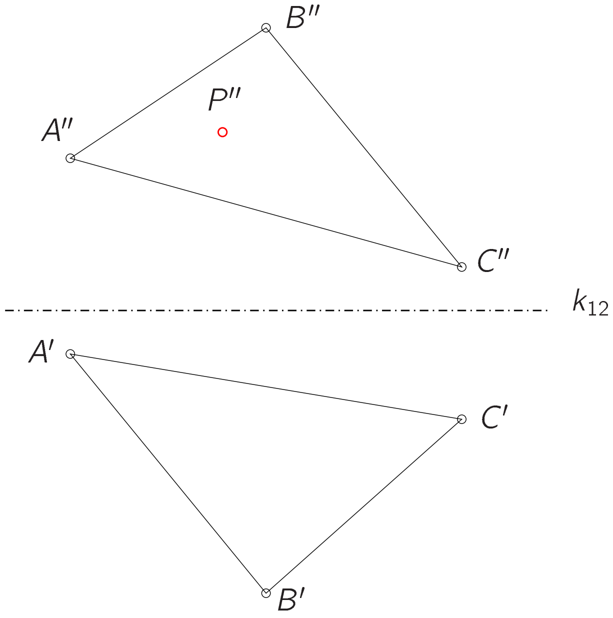


Abbildung 3.12: Punkt in einem Dreieck

Die Schnittgeraden einer Ebene ε mit den Risstafeln, falls sie existieren, heißen die **Spuren** von ε.

Aufgabe 3.5 *Die Ebene ε ist durch die Hauptgeraden h_1, h_2 durch den Punkt P gegeben (Abb. 3.13). Bestimme die Spuren von ε.*

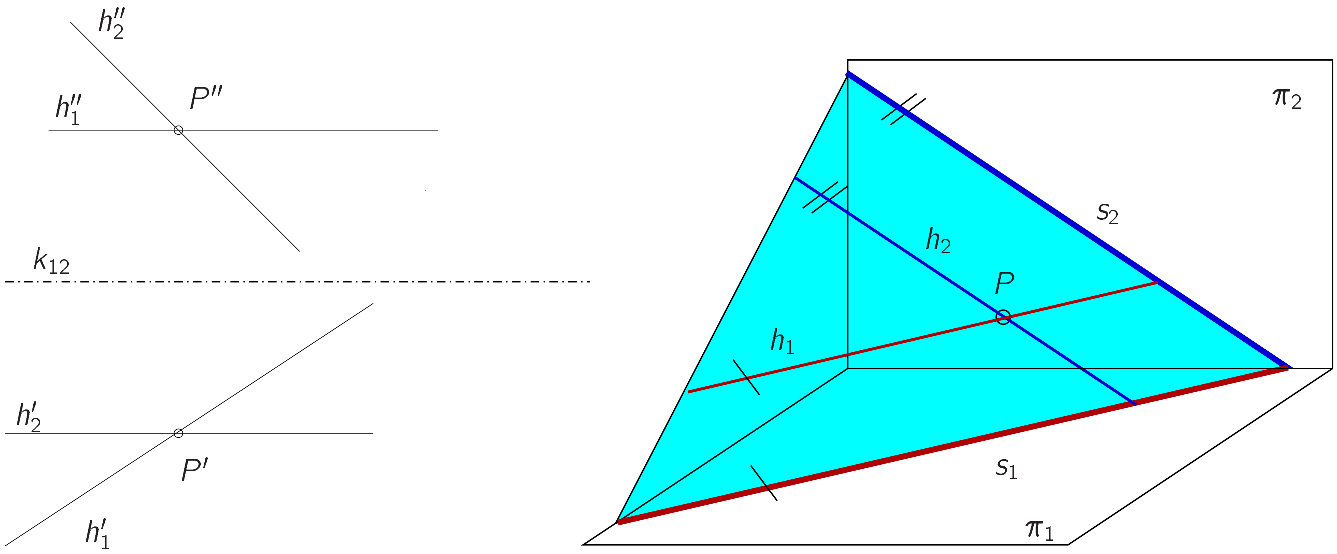


Abbildung 3.13: Spur einer Ebene

Aufgabe 3.6 *Die Ebene ε ist durch ihre Spuren s_1, s_2 gegeben (Abb. 3.14). Von dem Punkt P ist der Aufriss P'' bekannt. Bestimme P' und die Hauptgeraden durch P.*

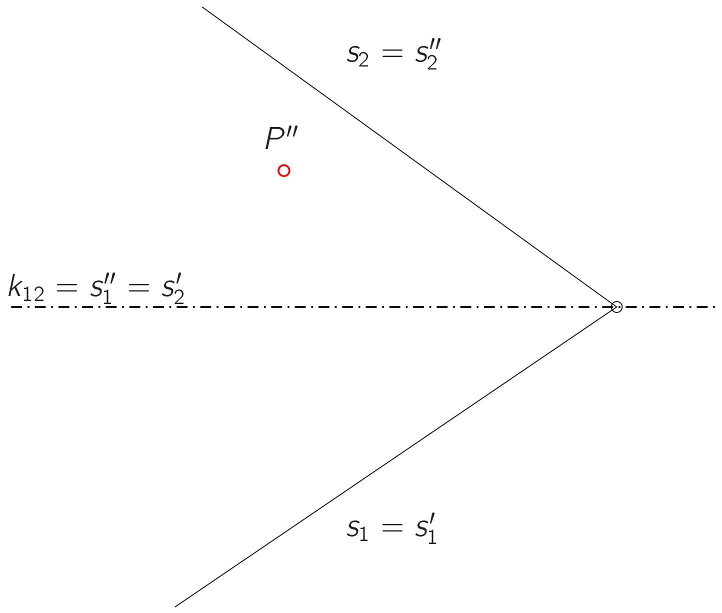


Abbildung 3.14: Punkt und Hauptgeraden in einer Ebene

Aufgabe 3.7 *Gegeben: Satteldach eines Hauses und der Grundriss zweier Reklamebuchstaben auf einer Dachfläche (Abb. 3.15). Gesucht: Aufriss der Buchstaben.*

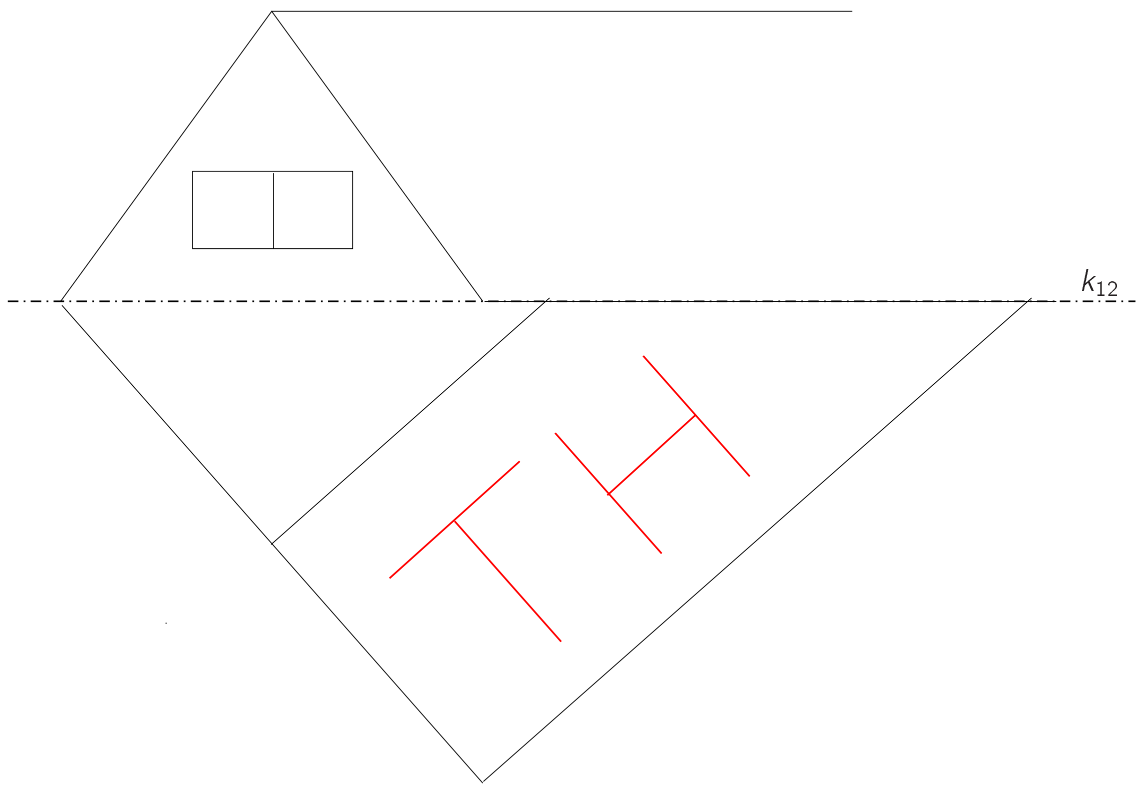


Abbildung 3.15: Reklame auf einem Dach

Aufgabe 3.8 *Stelle durch Umprojektion ein anschauliches Bild eines Hauses her (Abb. 3.18).*

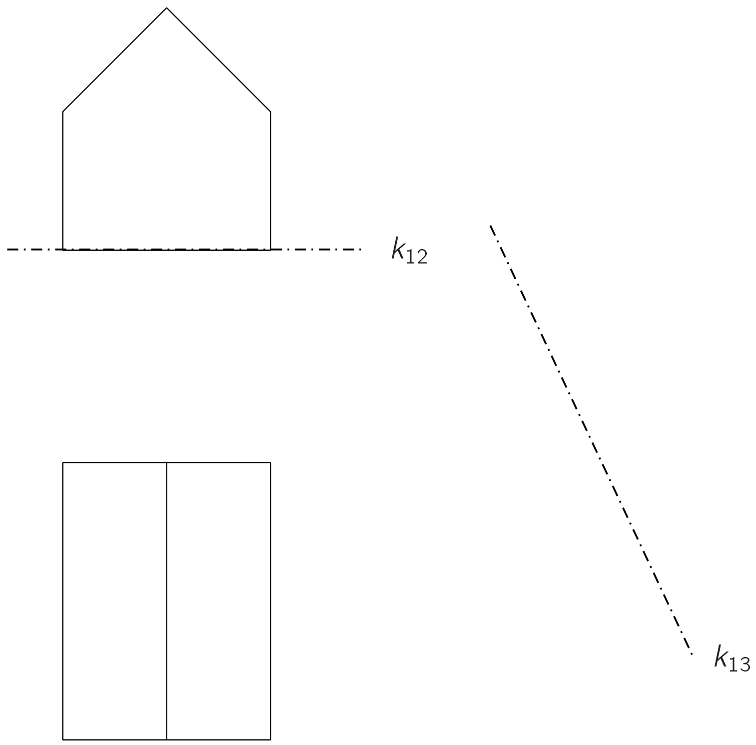


Abbildung 3.18: Umprojektion eines Hauses

Die Durchführung für den Fall, dass π_3 der Aufrisstafel zugeordnet ist, verläuft analog (Abb. 3.19).

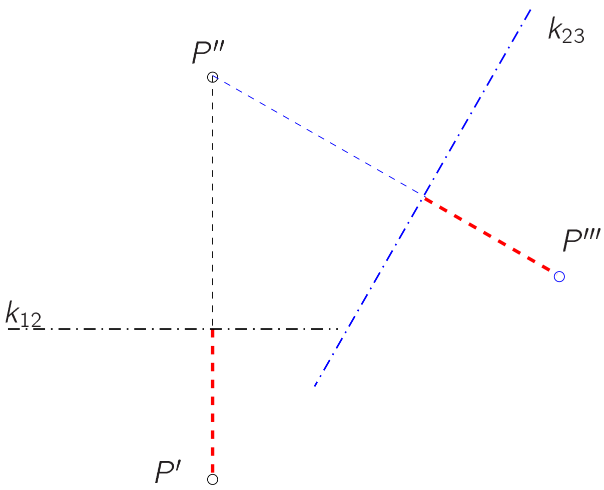


Abbildung 3.19: Umprojektion eines Punktes (Grundriss wird ersetzt)

Aufgabe 3.9 *Stelle durch Umprojektion ein anschauliches Bild einer Pyramide her (Abb. 3.20).*

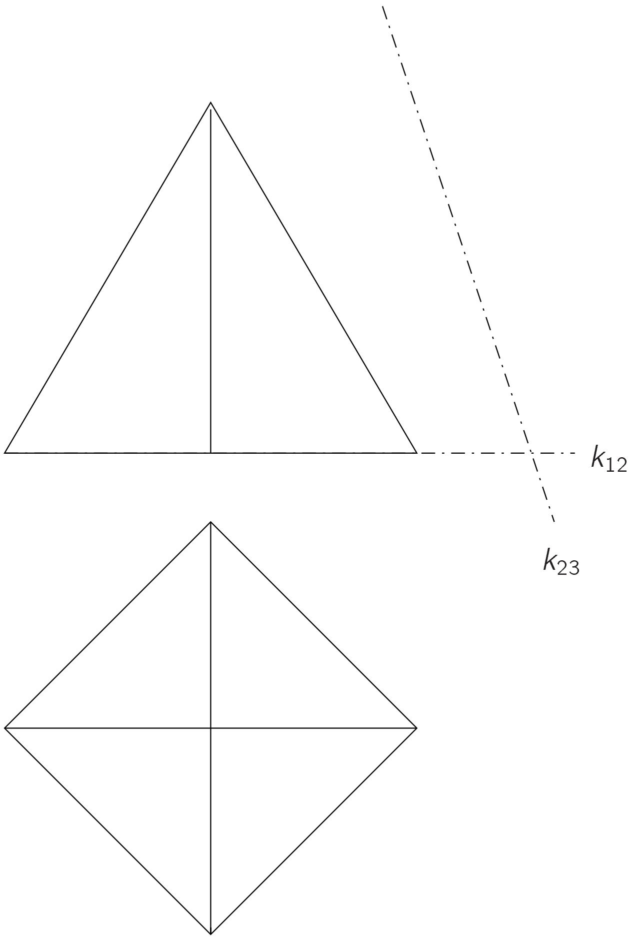


Abbildung 3.20: Umprojektion einer Pyramide (Grundriss wird ersetzt)

Umprojektionen können mehrfach hintereinander durchgeführt werden. Dabei muss man auf folgendes achten:
(a) Man muss von zwei **zugeordneten Rissen** ausgehen.
(b) Aus dem **wegfallenden** Riss muss der in **(2)** notwendige Abstand zur Risskante entnommen werden.

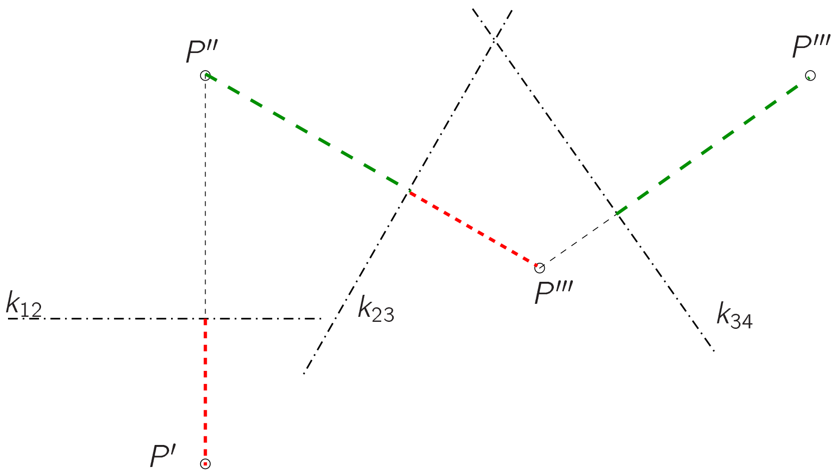


Abbildung 3.21: Mehrfachumprojektion eines Punktes

Aufgabe 3.10 *Bestimme den Schnittpunkt einer Gerade mit der durch ein Dreieck gegebenen Ebene (Abb. 3.23).*

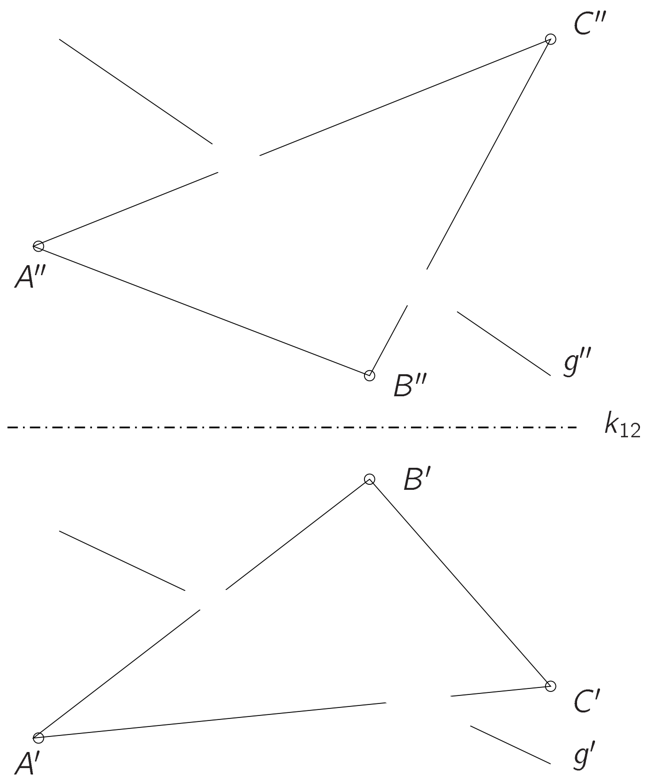


Abbildung 3.23: Schnitt Gerade–Ebene

Aufgabe 3.11 *In Grund- und Aufriss ist ein dreikantiger Balken und ein ebenes Viereck gegeben (Abb. 3.24). Bestimme Grund- und Aufriss der Schnittfigur.*

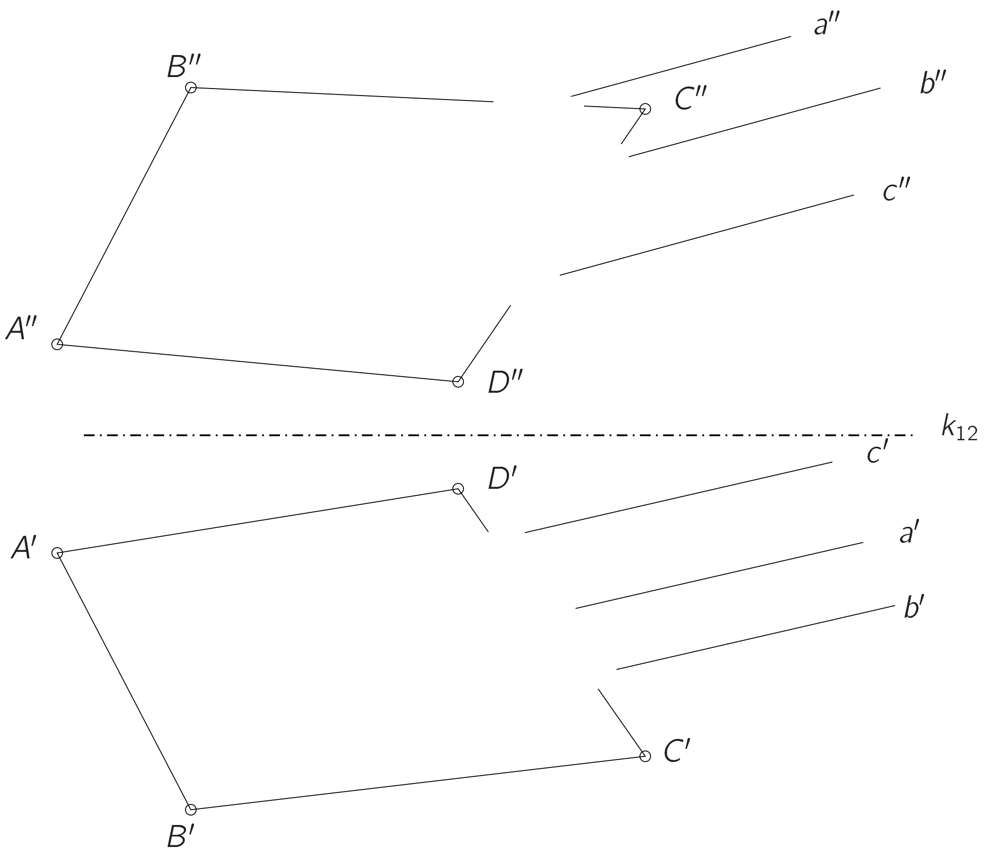


Abbildung 3.24: Schnitt Balken–Ebene

Die Idee, den Schnittpunkt einer Gerade mit einer Ebene mit Hilfe einer senkrechten Hilfsebene zu bestimmen, lässt sich direkt bei der Kontruktion eines Schattenpunktes auf eine geneigte Ebene verwenden.

Aufgabe 3.12 *Gegeben ist ein axonometrisches Bild (Kavalierperspektive) eines Hochhauses (Quader), zweier Fabrikhallen mit schrägen Dächern, sowie paralleles Licht durch die Lichtrichtung ℓ und den Schattenwurf einer Kante (Abb. 3.25). Zeichne den Schatten.*

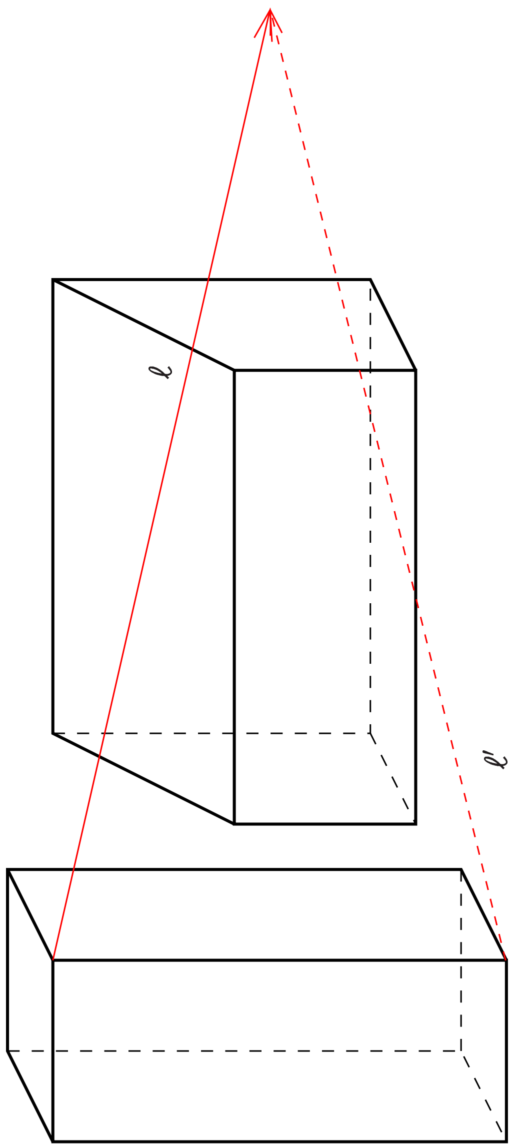


Abbildung 3.25: Schatten auf geneigte Ebenen bei parallelem Licht

Aufgabe 3.13 *Von einem Punkt P und einer Geraden g sind Grund- und Aufriss gegeben (Abb. 3.27). Trage auf g eine in P beginnende Strecke der Länge 3 cm ab.*

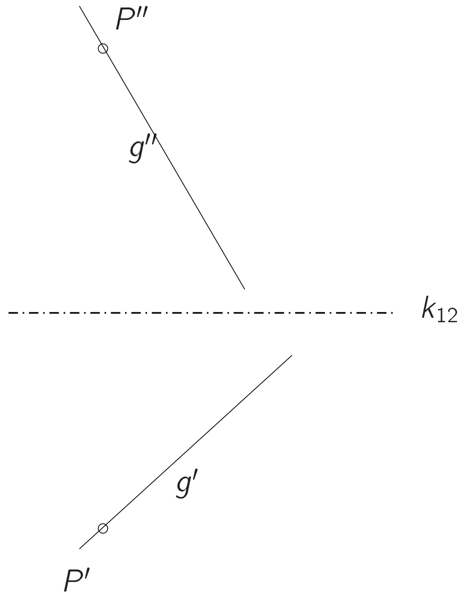


Abbildung 3.27: Antragen einer wahren Länge einer Strecke

Aufgabe 3.14 *Gegeben: Satteldach, Kaminkopf (K) und die Richtung der Sonnenstrahlen (S) (Abb. 3.28). Gesucht: a) Schnitt des Kamins mit der Dachfläche. b) Schatten des Kamins auf der Dachfläche. c) Wahre Länge der Strecke $\overline{AB}$ und die Dachneigung α.*

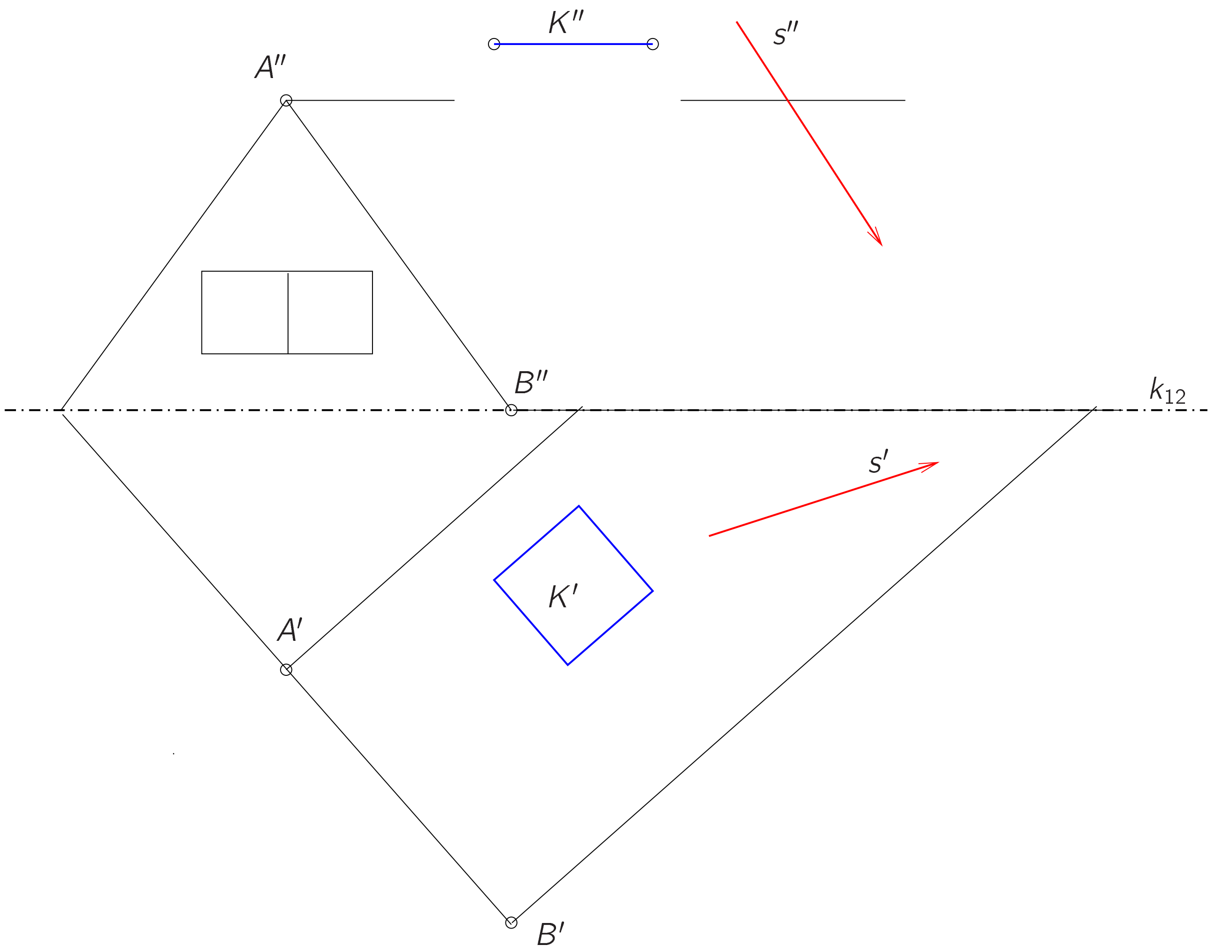


Abbildung 3.28: Schatten eines Kamins

3.5.3 Wahre Gestalt einer ebenen Figur (s. LEO S.103)

Gegeben: Das Dreieck A, B, C in Grund- und Aufriss.
Gesucht: Die Wahre Gestalt des Dreiecks.

Lösungs**idee**: Einführung einer Risstafel π_3 senkrecht zum Dreieck. Der Riss des Dreiecks erscheint in π_3 als Strecke. Jetzt lässt sich eine Risstafel π_4 parallel zu dem Dreieck einführen und das Dreieck erscheint in π_4 in wahrer Gestalt.

Durchführung, falls π_3 der Grundrisstafel zugeordnet wird:

(1) Bestimme eine Höhenlinie h des Dreiecks.
(2) Neue Risskante $k_{13} \perp h'$. Umprojektion des Dreiecks.
A''', B''', C''' liegen auf einer Geraden d'''.
(3) Neue Risskante $k_{34} || d'''$. Der neue Riss zeigt das Dreieck in wahrer Gestalt.

Aufgabe 3.15 *Bestimme die wahre Gestalt eines in Grund– und Aufriss gegebenen Dreiecks (Abb. 3.29).*

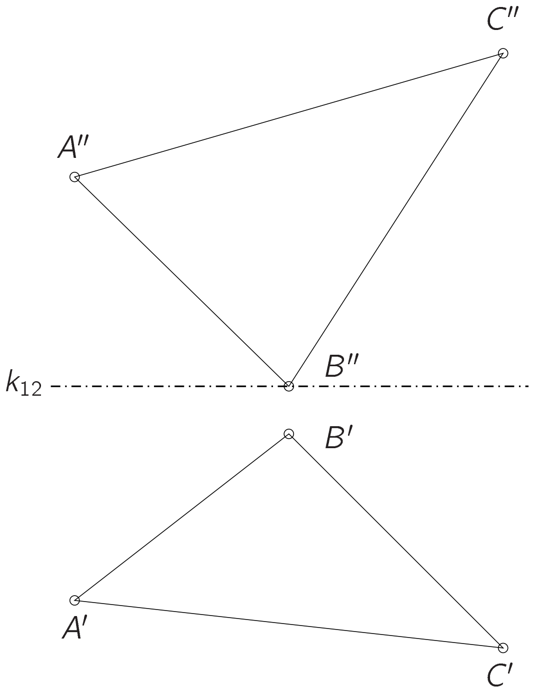


Abbildung 3.29: Wahre Gestalt eines Dreiecks

3.5.4 Lot auf eine Ebene

(s. LEO S.105)

Gegeben: Ebene ε durch drei Punkte A, B, C und Punkt P.
Gesucht: Lot l auf ε durch P.

Lösungs**idee**: Ein rechter Winkel erscheint in einer senkrechten Parallelprojektion wieder als rechter Winkel, wenn ein Schenkel parallel zur Bildtafel ist. Höhenlinien (bzw. Frontlinien) sind parallel zu π_1 (bzw. π_2).

Durchführung:

(1) Zeichne die Höhenlinie h und die Frontlinie f von ε durch (z.B.) C in Grund- und Aufriss.

(2) Das Lot von P' auf h' ist der Grundriss l' und das Lot von P'' auf f'' ist der Aufriss l'' des Lotes l von P auf ε.

Aufgabe 3.16 *Bestimme den Fußpunkt des Lotes vom Punkt P auf die durch ein Dreieck bestimmte Ebene (Abb. 3.30, links).*

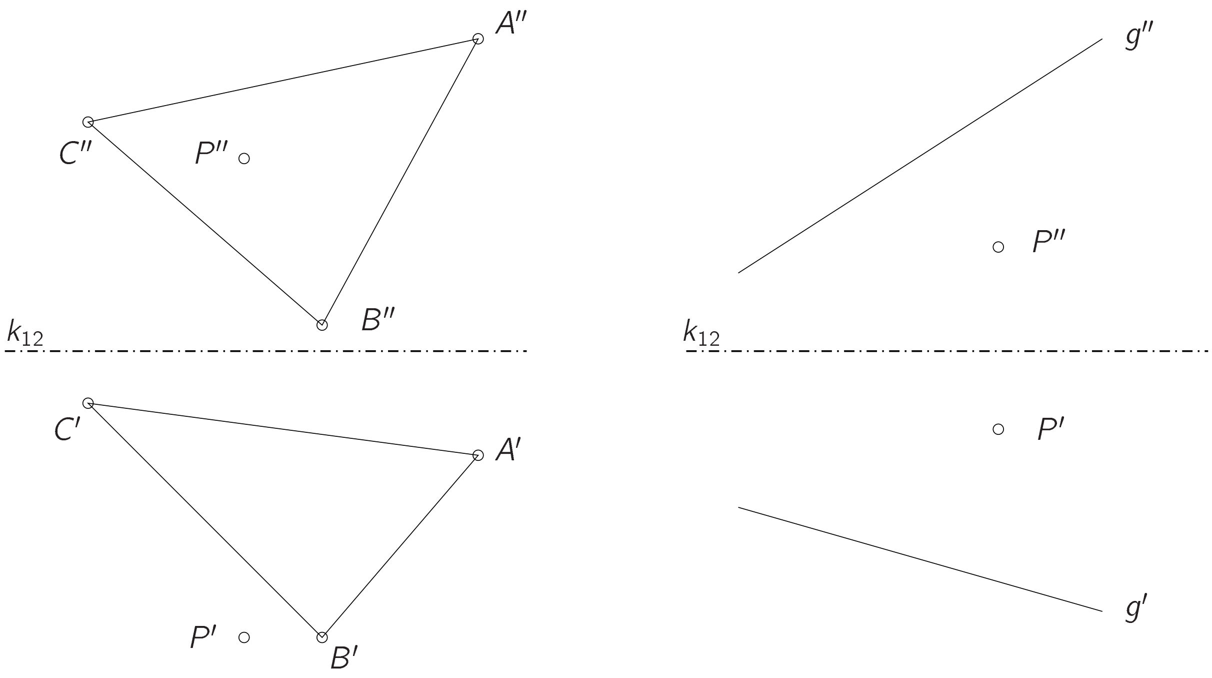


Abbildung 3.30: Lot auf Ebene bzw. Lotebene

Aufgabe 3.17 *:*
Gegeben: Gerade g, Punkt P, $P \notin g$ (Abb. 3.30 rechts).
Gesucht: Die Hauptgeraden der Lotebene μ zu g durch P.

Aufgabe 3.18 *Gegeben: Grund– und Aufriss eines "halben" Würfels und die Bilder der Koordinatenachsen. Gesucht: Ein anschauliches Bild in senkrechter Axonometrie mit Hilfe des Einschneideverfahrens. Gib die Projektionsrichtung in Grund– und Aufriss an.*

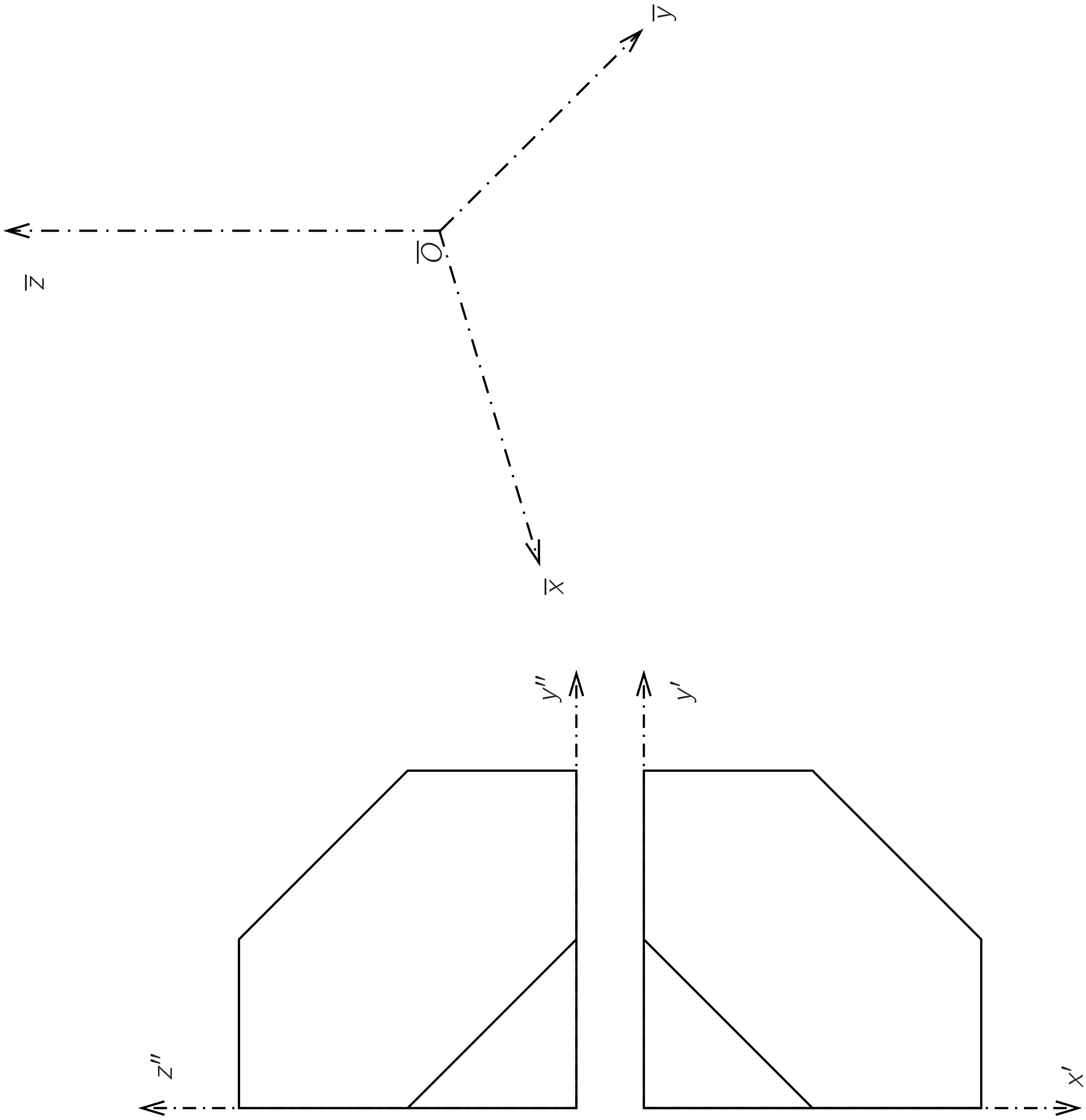


Abbildung 3.35: Senkrechte Axonometrie: Beispiel "halber" Würfel

Aufgabe 3.19 *Gegeben: Grund– und Aufriss eines Hauses und die Projektionsrichtung für eine senkrechte Axonometrie.*
Gesucht: Das zugehörige senkrechte axonometrische Bild mit Hilfe des Einschneideverfahrens.

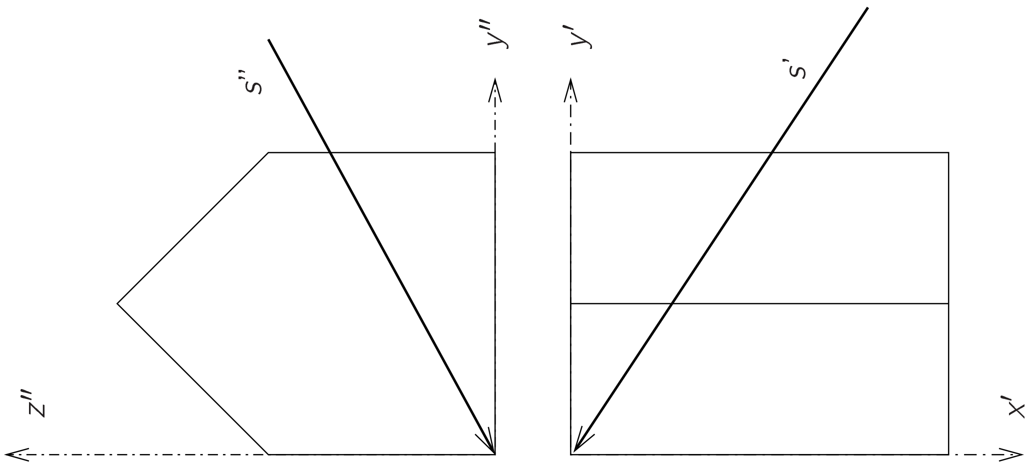


Abbildung 3.36: Senkrechte Axonometrie: Haus mit vorg. Projektionsrichtung

Aufgabe 3.20 :

Gegeben: *Grundriss der Traufkanten eines Daches mit Dachneigungen α, β (Abb. 3.39).*
Gesucht: *a) Grat-, First- und Kehllinien,*
b) die wahre Gestalt der Dachfläche, die an der Traufkante $\overline{AB}$ anliegt.

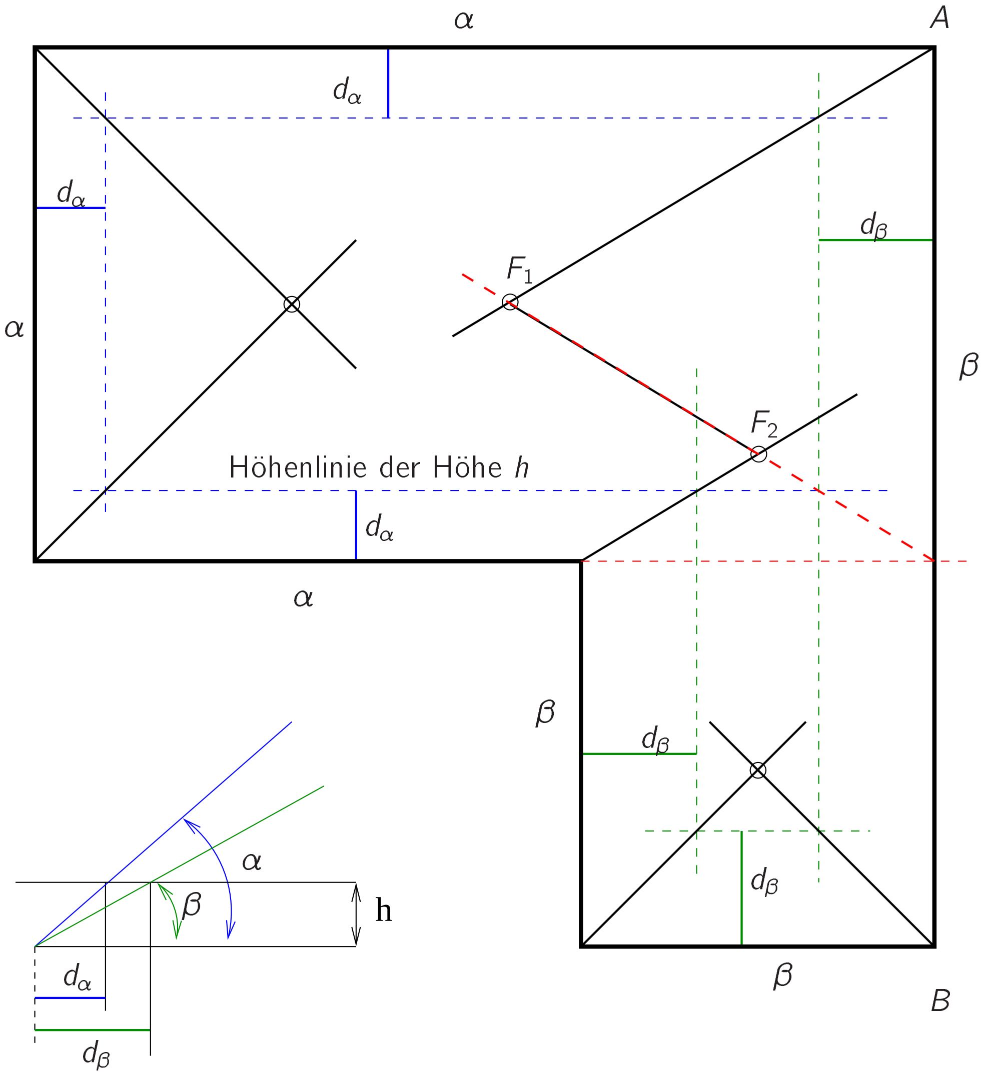


Abbildung 3.39: Grat– und Kehllinien zu Aufgabe 3.20

Beachte die Konstruktion der Strecke F_1F_2 als Grat zweier **nicht benachbarter** Dachflächen !

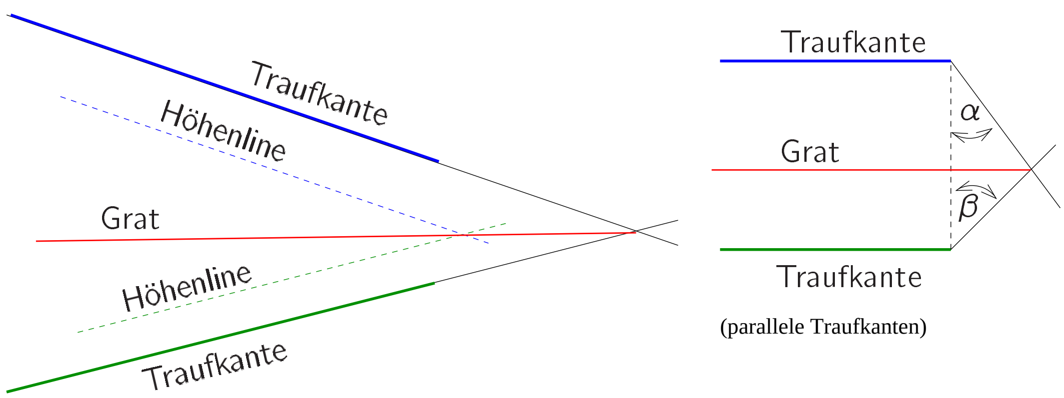
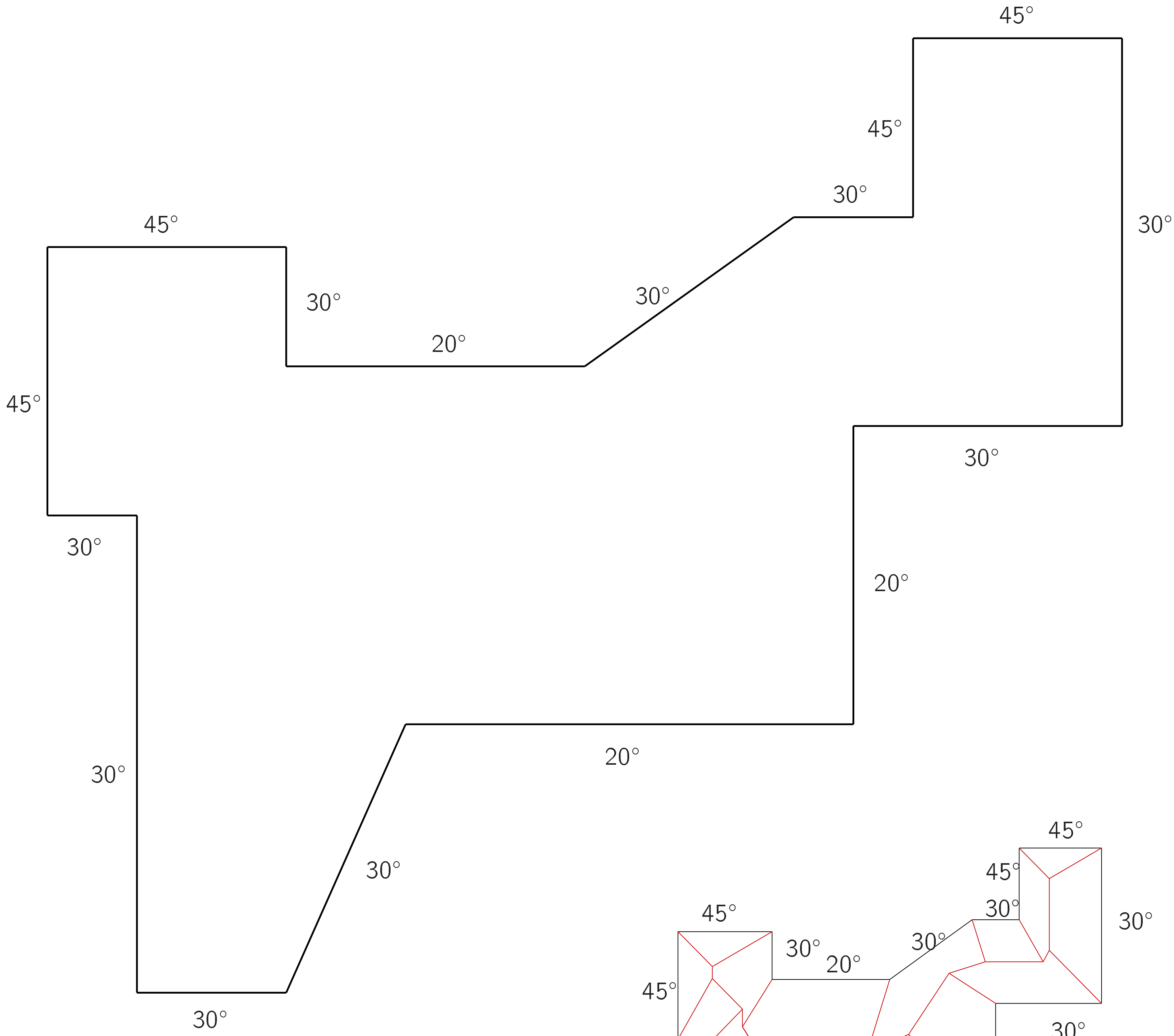


Abbildung 3.40: Konstruktionsprinzip einer Grat/Kehl–linie

Aufgabe 3.21 :
Gegeben: *Grundriss der Traufkanten eines Daches mit Dachneigungen in Grad (Abb. 3.41).*
Gesucht: *Grat–, First– und Kehllinien.*



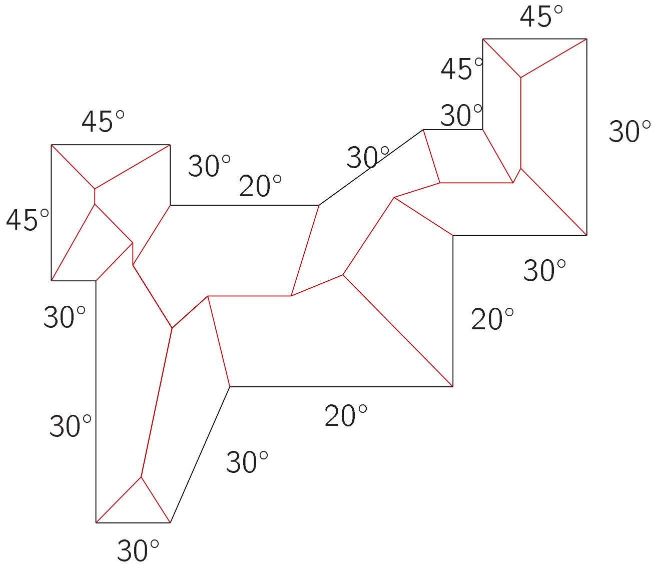


Abbildung 3.41: Aufgabe 2 zur Dachausmittelung